УДК 336.77.01

**ФОРМУЛА ПОЛНОЙ СТОИМОСТИ КРЕДИТА**

**Романенко Р.В.**

**инженер АСУ,**

**РГУ нефти и газа им. И.М.Губкина, факультет АиВТ**

**Аннотация:**

С 1 сентября 2014 года в России действует новая формула полной стоимости кредита. Данная формула призвана показать, насколко реальный кредит (вместе с комиссиями и прочими платежами) отличается от обычного кредита (без комиссий и прочих платежей).

Формула должна обладать следующим качеством: полная стоимость кредита должна быть в точности равна номинальной ставке по договору, если нет комиссий и прочих платежей по актуарной схеме погашения. Однако существующая функция не удовлетворяет заявленным требованиям. В работе представлена функция, удовлетворяющая заявленным требованиям и ее расчет методом Ньютона

**Ключевые слова:** потребительское кредитование, эффективная процентная ставка, полная стоимость кредита.

**FULL VALUE OF THE LOAN FORMULA**

**Romanenko R.V.**

**engineer,**

**National University of Oil & Gas "Gubkin University",**
**Faculty of Automation and Computer Engineering**

**Abstract:**

Since 9/1/2014 Russia has a new formula for the total cost of a loan. This formula is intended to show how much a real loan (together with commissions and other payments) differs from a regular loan (without commissions and other payments)

The formula must have the following quality: the total cost of the loan must be exactly equal to the nominal rate under the contract, if there are no commissions and other payments under the actuarial repayment scheme. However, the existing function does not meet the stated requirements. The paper presents a function that meets the stated requirements and its calculation by Newton's method

**Key words:** consumer lending, full value of the loan, effective interest rate

Задача. Найти формулу полной стоимости кредита при актуарном способе погашения.

Решение. Актуарный способ погашения кредита строится по формулам:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Дата | Дата в годах | Денеж-ный поток | Погашение процентов | Погашение основного долга | Остаток основного долга |
| 0 | д0 | G0=G(д0) | R0 |  |  | K0=-R0 |
| … |  |  |  |  |  |  |
| i | дi | G1=G(дi) | Ri | Pi=Ki-1r(Gi-Gi-1) | Hi=Ri-Pi | Ki=Ki-1-Hi |
| … |  |  |  |  |  |  |
| n | дn | Gn=G(дn) | Rn=Pn+Hn | Pn=Kn-1r(Gn-Gn-1) | Hn=Kn-1 | Kn=0 |

Таблица 1. Актуарный способ погашения кредита.

Здесь:

Gi=yi+Δi/Di, где yi-год даты дi, Δi - порядковый номер дня в году дi, Di - продолжительность календарного года даты дi. Например, G(21 сентября 2021)=$2021\frac{264}{365}$.

Δi=di + [30.56mi] - 30 - [0.1mi + 0.7](367 - Di)

di - день даты дi, например, для даты 21 сентября 2021 di=21

например, Δi(21.09.2021)=21+[30.56∙9]-30-[0.1∙9+0.7](367-365)=21+275-30-2=264

Di=365+$\left[\frac{y\_{i}}{4}\right]$-$\left[\frac{y\_{i}-1}{4}\right]$-($\left[\frac{y\_{i}}{100}\right]$-$\left[\frac{y\_{i}-1}{100}\right]$)+($\left[\frac{y\_{i}}{400}\right]$-$\left[\frac{y\_{i}-1}{400}\right]$)

например, для года 2021 Di=365+$\left[\frac{2021}{4}\right]$-$\left[\frac{2020}{4}\right]$-($\left[\frac{2021}{100}\right]$-$\left[\frac{2020}{100}\right]$)+($\left[\frac{2021}{400}\right]$-$\left[\frac{2020}{400}\right]$)=365

r - годовая процентная ставка, например, r=10%=0,1

Пусть n=4, тогда K1=K0-H1=K0-(R1-K0r(G1-G0))=K0(1+r(G1-G0))-R1.

K2=K1-H2=K1-(R2-K1r(G2-G1))=K1(1+r(G2-G1))-R2=(K0(1+r(G1-G0))-R1)(1+r(G2-G1))-R2=K0(1+r(G1-G0))(1+r(G2-G1))-R1(1+r(G2-G1))-R2.

K3=K2-H3=K2-(R3-K2r(G3-G2))=K2(1+r(G3-G2))-R3=(K0(1+r(G1-G0))(1+r(G2-G1))-R1(1+r(G2-G1))-R2)(1+r(G3-G2))-R3=K0(1+r(G1-G0))(1+r(G2-G1))(1+r(G3-G2))-R1(1+r(G2-G1))(1+r(G3-G2))-R2(1+r(G3-G2))-R3

K4=K3-H4=K3-(R4-K3r(G4-G3))=K3(1+r(G4-G3))-R4=(K0(1+r(G1-G0))(1+r(G2-G1))(1+r(G3-G2))-R1(1+r(G2-G1))(1+r(G3-G2))-R2(1+r(G3-G2))-R3)(1+r(G4-G3))-R4=-R0(1+r(G1-G0))(1+r(G2-G1))(1+r(G3-G2))(1+r(G4-G3))-R1(1+r(G2-G1))(1+r(G3-G2))(1+r(G4-G3))-R2(1+r(G3-G2))(1+r(G4-G3))-R3(1+r(G4-G3))-R4=0

Делаем предположение для доказательства методом математической индукции:

$$K\_{k}=-R\_{k}-\sum\_{i=0}^{k-1}R\_{i}\prod\_{j=i+1}^{k}\left(1+r\left(G\_{j}-G\_{j-1}\right)\right)$$

1. Для k=1

$$K\_{1}=-R\_{1}-\sum\_{i=0}^{0}R\_{i}\prod\_{j=1}^{1}\left(1+r\left(G\_{j}-G\_{j-1}\right)\right)=K\_{0}\left(1+r\left(G\_{1}-G\_{0}\right)\right)-R\_{1}$$

2. Если верно для k, то верно для k+1:

$$K\_{k+1}=\left(-R\_{k}-\sum\_{i=0}^{k-1}R\_{i}\prod\_{j=i+1}^{k}\left(1+r\left(G\_{j}-G\_{j-1}\right)\right) \right)\left(1+r\left(G\_{k+1}-G\_{k}\right)\right)-R\_{k+1}$$

$$K\_{k+1}=-R\_{k+1}-\sum\_{i=0}^{k}R\_{i}\prod\_{j=i+1}^{k+1}\left(1+r\left(G\_{j}-G\_{j-1}\right)\right) $$

Итак, это утверждение:

$$K\_{n}=-R\_{n}-\sum\_{i=0}^{n-1}R\_{i}\prod\_{j=i+1}^{n}\left(1+r\left(G\_{j}-G\_{j-1}\right)\right)$$

доказано для любого натурального n

Отсюда, поскольку Kn =0 уравнение ПСК будет

$$-R\_{n}-\sum\_{i=0}^{n-1}R\_{i}\prod\_{j=i+1}^{n}\left(1+r\left(G\_{j}-G\_{j-1}\right)\right)=0$$

Разделим обе части уравнения на $-\prod\_{j=1}^{n}\left(1+r\left(G\_{j}-G\_{j-1}\right)\right)$:

$$R\_{0}+\sum\_{i=1}^{n}\frac{R\_{i}}{\prod\_{j=1}^{i}\left(1+r\left(G\_{j}-G\_{j-1}\right)\right)}=0$$

Отсюда ПСК вычисляется из уравнения:

$$ДП\_{0}+\sum\_{i=1}^{n}\frac{ДП\_{i}}{\prod\_{j=1}^{i}\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(G\_{j}-G\_{j-1}\right)\right)}=0$$

Ответ: ПСК находится из уравнения

$$ДП\_{0}+\sum\_{i=1}^{n}\frac{ДП\_{i}}{\prod\_{j=1}^{i}\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(G\_{j}-G\_{j-1}\right)\right)}=0$$

Решение уравнения ПСК методом Ньютона:

Метод Ньютона основывается на следующей формуле:

$$x\_{(k+1)}=x\_{\left(k\right)}-\frac{f\left(x\_{\left(k\right)}\right)}{f^{'}\left(x\_{\left(k\right)}\right)}$$

$$f\left(ПСК\right)=ДП\_{0}+\sum\_{i=1}^{n}\frac{ДП\_{i}}{\prod\_{j=1}^{i}\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(G\_{j}-G\_{j-1}\right)\right)}$$

значит,

$$f^{'}\left(ПСК\right)=-\sum\_{i=1}^{n}\frac{ДП\_{i}\sum\_{k=1}^{i}\frac{G\_{k}-G\_{k-1}}{1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(G\_{k}-G\_{k-1}\right)}}{\prod\_{j=1}^{i}\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(G\_{j}-G\_{j-1}\right)\right)}$$

Пример:

Кредит выдан 01.09.2020 на сумму 1000000 рублей под 20% годовых на 1 год с ежеквартальным аннуитетным платежом. Рассчитать ПСК.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Дата | Дата в годах | Денежный поток | Погашение процентов | Погашение основного долга | Остаток основного долга |
| 01.09.2020 | 20 245/366 | -1000000 |   |   | 1000000 |
| 01.12.2020 | 20 56/61  | 281873,13 | 49726,78 | 232146,35 | 767853,65 |
| 01.03.2021 | 21 12/73  | 281873,13 | 37832,27 | 244040,86 | 523812,79 |
| 01.06.2021 | 21 152/365 | 281873,13 | 26405,91 | 255467,22 | 268345,57 |
| 01.09.2021 | 21 244/365 | 281873,13 | 13527,56 | 268345,57 | 0 |

Решение:

$$f\left(ПСК\right)=-1000000+\frac{281873,13}{1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(20\frac{56}{61}-20\frac{245}{366}\right)}+\frac{281873,13}{\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(20\frac{56}{61}-20\frac{245}{366}\right)\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(21\frac{12}{73}-20\frac{56}{61}\right)\right)}+\frac{281873,13}{\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(20\frac{56}{61}-20\frac{245}{366}\right)\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(21\frac{12}{73}-20\frac{56}{61}\right)\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(21\frac{152}{365}-21\frac{12}{73}\right)\right)}+\frac{281873,13}{\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(20\frac{56}{61}-20\frac{245}{366}\right)\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(21\frac{12}{73}-20\frac{56}{61}\right)\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(21\frac{152}{365}-21\frac{12}{73}\right)\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(21\frac{244}{365}-21\frac{152}{365}\right)\right)}=-1000000+\frac{281873,13}{1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{91}{366}}+\frac{281873,13}{\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{91}{366}\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{1097}{4453}\right)}+\frac{281873,13}{\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{91}{366}\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{1097}{4453}\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{92}{365}\right)}+\frac{281873,13}{\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{91}{366}\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{1097}{4453}\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{92}{365}\right)^{2}}$$

$$f^{'}\left(ПСК\right)=-\frac{281873,13×\frac{91}{366}}{\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{91}{366}\right)^{2}}-\frac{281873,13×\left(\frac{\frac{91}{366}}{1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{91}{366}}+\frac{\frac{1097}{4453}}{1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{1097}{4453}}\right)}{\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{91}{366}\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{1097}{4453}\right)}-\frac{281873,13×\left(\frac{\frac{91}{366}}{1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{91}{366}}+\frac{\frac{1097}{4453}}{1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{1097}{4453}}+\frac{\frac{92}{365}}{1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{92}{365} }\right) }{\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{91}{366}\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{1097}{4453}\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{92}{365}\right)}-\frac{281873,13×\left(\frac{\frac{91}{366}}{1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{91}{366}}+\frac{\frac{1097}{4453}}{1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{1097}{4453}}+2×\frac{\frac{92}{365}}{1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{92}{365}}\right)}{\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{91}{366}\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{1097}{4453}\right)\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\frac{92}{365}\right)^{2}}$$

1 итерация: положим ПСК(0)=0

f(0)=127492,52, f`(0)=-701794,253138557

ПСК(1)=0%-(127492,52/(-701794,253138557))\*100%=18,1666520393733%

2 итерация:

f(18,1666520393733%)=10695,3548405211,

f'(18,1666520393733%)=-588426,954991432

ПСК(2)=18,1666520393733%-10695,3548405211/(-588426,954991432)\*100%=19,9842701395973%

3 итерация:

f(19,9842701395973%)=90,9947035668592,

f'(19,9842701395973%)=-578451,944816156

ПСК(3)=19,9842701395973%-90,9947035668592/(-578451,944816156)\*100%=20,0000008678595%

Уже на третьей итерации получаем ПСК=20,000%

Понятно, что вручную этот процесс очень утомителен, поэтому напишем программу на VBA

Function ДелитсяНа(ByVal y As Integer, ByVal m As Integer) As Integer

 ДелитсяНа = Int(y / m) - Int((y - 1) / m)

End Function

Function ПродолжительностьГода(ByVal y As Integer) As Integer

 ПродолжительностьГода = 365 + ДелитсяНа(y, 4) - ДелитсяНа(y, 100) + ДелитсяНа(y, 400)

End Function

Function ДатаВГодах(ByVal d As Date) As Double

 y = Year(d)

 t = ПродолжительностьГода(y)

 m = Month(d)

 ДатаВГодах = y - 2000 + (Day(d) + Int(30.56 \* m) - 30 - Int(0.1 \* m + 0.7) \* (367 - t)) / t

End Function

Function ПСК(Значения As Range, Даты As Range, Optional Предп As Double = 0) As Variant

'Функция воспринимает как даты, выраженные в годах,

'так и даты excel, причем даты, выраженные в годах от 2000 года до 2366

'года воспринимаются автоматически.

'Даты 1900-го года воспринимаются, как даты, выраженные в годах

 If Значения.Count <> Даты.Count Then

 ПСК = "#РАЗМЕРНОСТИ ЗНАЧЕНИЙ И ДАТ НЕ СХОДЯТСЯ"

 ElseIf Значения.Count = 1 Then

 ПСК = "#НЕДОСТАТОЧНО ЗНАЧЕНИЙ"

 Else

 ПСК = Предп

 ПСК0 = ПСК + 0.00001

 j = 1

 Dim ДатыВГодах() As Double

 ReDim ДатыВГодах(Даты.Count)

 If Даты(1) > 366 Then

 For i = 1 To Даты.Count

 ДатыВГодах(i) = ДатаВГодах(Даты(i))

 Next

 Else

 For i = 1 To Даты.Count

 ДатыВГодах(i) = Даты(i)

 Next

 End If

 While Abs(ПСК0 - ПСК) >= 0.000000000000001 And j < 100

 f = Значения(1)

 diff = 0

 t = 1

 For i = 2 To Значения.Count

 t = t \* (1 + ПСК \* (ДатыВГодах(i) - ДатыВГодах(i - 1)))

 f = f + Значения(i) / t

 df = 0

 For k = 2 To i

 df = df + (ДатыВГодах(k) - ДатыВГодах(k - 1)) / (1 + ПСК \* (ДатыВГодах(k) - ДатыВГодах(k - 1)))

 Next

 diff = diff - Значения(i) \* df / t

 Next

 ПСК0 = ПСК

 ПСК = ПСК - f / diff

 j = j + 1

 Wend

 If j = 100 Then

 ПСК = "#РЯД НЕ СХОДИТСЯ:" & ПСК & ";" & ПСК0

 End If

 End If

End Function



Вот какой расчет выдает наша встроенная функция.

Даже абсолютно немыслимый кредит:



выдает ПСК = 20,000%

Итог:

ПСК должна вычисляться по формуле:

$ДП\_{0}+\sum\_{i=1}^{n}\frac{ДП\_{i}}{\prod\_{j=1}^{i}\left(1+\frac{ПСК}{100\%}×\left(G\_{j}-G\_{j-1}\right)\right)}=0$,

где Gi=yi+Δi/Di, где yi-год даты дi, Δi - порядковый номер дня в году дi, Di - продолжительность календарного года даты дi. Например, G(21 сентября 2021)=$2021\frac{264}{365}$.

Δi=di + [30.56mi] - 30 - [0.1mi + 0.7](367 - Di)

di - день даты дi, например, для даты 21 сентября 2021 di=21

например,

Δi(21.09.2021)=21+[30.56∙9]-30-[0.1∙9+0.7](367-365)=21+275-30-2=264

Di=365+$\left[\frac{y\_{i}}{4}\right]$-$\left[\frac{y\_{i}-1}{4}\right]$-($\left[\frac{y\_{i}}{100}\right]$-$\left[\frac{y\_{i}-1}{100}\right]$)+($\left[\frac{y\_{i}}{400}\right]$-$\left[\frac{y\_{i}-1}{400}\right]$)

например, для года 2021

Di=365+$\left[\frac{2021}{4}\right]$-$\left[\frac{2020}{4}\right]$-($\left[\frac{2021}{100}\right]$-$\left[\frac{2020}{100}\right]$)+($\left[\frac{2021}{400}\right]$-$\left[\frac{2020}{400}\right]$)=365

**Список литературы**

[1] https://ivo.garant.ru/#/document/70544866/paragraph/90/doclist/3094:0

[2] https://ru.wikipedia.org/wiki/Производная

[3] https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод\_Ньютона

[4] https://ru.wikipedia.org/wiki/Григорианский\_календарь

[5] https://ivo.garant.ru/#/document/70832382/paragraph/1:3