

**Задание №1.** Рассмотрим экономику с двумя потребителями  $A$  и  $B$ , функции полезности которых имеют вид

$$u^A(x, y^A) = av(x) - y^A \text{ и } u^B(x, y^B) = bv(x) - y^B, \quad a, b > 0, \quad v'(x) > 0, \quad v''(x) < 0,$$

где  $x$  – уровень общественного блага, для производства которого участники должны закупить количество  $y$  некоторого ресурса; при этом  $x = y/2$ ,

$$y = y^A + y^B. \text{ Участники должны договориться о выборе } x, y^A, y^B. \text{ Если } y^A, y^B$$

неотрицательны, то они означают затраты участников на приобретение ресурса в необходимом объеме. Допускается, однако, что один из потребителей, например,  $A$ , стремясь убедить партнера выбрать определенный уровень общественного блага, готов не только полностью оплатить покупку необходимого ресурса, но и заплатить партнеру некоторую сумму денег. В этом случае  $y^B < 0$ ,  $-y^B$  – сумма, полученная  $B$  от  $A$ .

Предполагается, что максимум функции

$$av(x) + bv(x) - 2x \quad (1)$$

достигается в точке  $x^0 > 0$ .

1. Докажите, что в любом Парето-оптимуме уровень общественного блага равен  $x^0$ .
2. Пусть в формулах для функций полезности константы  $a$  и  $b$  заменены на  $\delta a$  и  $\delta b$ ,  $\delta > 0$ , причем для новой ситуации справедливо предположение, аналогичное сформулированному выше. Пусть в Парето-оптимуме уровень общественного блага равен теперь  $x_2^\delta$ , где  $x_2^\delta > x^0$ . Верно ли, что  $\delta > 1$ ?

Указание. Докажите, используя п.1, даже если его Вам доказать не удалось.

**Задание №2.** В московском студенческом общежитии живут европеец, американец и россиянин. Европеец уверен, что евро укрепится относительно российского рубля и доллара в течение года. Американец считает, что евро будет слабеть относительно доллара, но доллар, в свою очередь, ослабнет относительно рубля. Россиянин, проанализировав последнюю макроэкономическую статистику, пришел к выводу, что евро укрепится относительно рубля, а доллар ослабнет. Как заработать россиянину с учетом ожиданий соседей?

- 1) Одолжить европейцу некоторую сумму в евро, и попросить вернуть долг через год в долларах в пересчете по сегодняшнему курсу.
- 2) Одолжить американцу некоторую сумму в долларах и попросить вернуть долг через год в евро в пересчете по сегодняшнему курсу.
- 3) Взять в долг у американца некоторую сумму в рублях с обещанием вернуть долг через год в долларах в пересчете по сегодняшнему курсу.
- 4) Взять в долг у европейца некоторую сумму в рублях с обещанием вернуть долг через год в евро в пересчете по сегодняшнему курсу.
- 5) Взять в долг у европейца некоторую сумму в долларах с обещанием вернуть долг через год в евро в пересчете по сегодняшнему курсу.

**Задание №3.** Прибыль птицефабрики (фирма 1) находится в зависимости от того, насколько сильно два алюминиевых завода (фирмы 2 и 3) загрязняют атмосферу. Цена на кур равна 6, цена на алюминий равна 2. Функции издержек равны  $c_1 = 2y_1^2 + y_1(y_2 + y_3)$  и  $c_i = 0,5y_i^2$ ,  $i = 2,3$ ,

где  $y_1$  - объем производства куриного мяса,  $y_2$ ,  $y_3$  - объемы производства алюминия.

- (а) Найдите равновесные объемы производства.
- (б) Найдите оптимальные объемы производства (в предположении, что фирмы могут делиться прибылью).
- (в) Найдите налоги/субсидии Пигу.

**Задание №4.** Пусть в экономике поток выпуска в момент времени  $t$  задается функцией от капитала  $[K(t)]^{0.3}$ . Постоянная доля  $0 < s < 1$  этого выпуска направляется на создание дополнительного капитала, а остальное на потребление, при этом доля  $\delta > 0$  имеющегося капитала выбывает (изнашивается). Начальный уровень капитала строго положителен  $K(0) > 0$ .

- (а) Запишите дифференциальное уравнение динамики капитала.
- (б) Найдите выражение для стационарного значения, к которому стремиться капитал.
- (в) Запишите условие максимума стационарного потребления.

(г) Найдите значение постоянной нормы сбережения  $s$ , при которой максимально среднее потребление:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (1 - s)[K(t)]^{0.3} dt \rightarrow \max_{s \in (0,1)} .$$

Как эта норма соотносится с оптимальной для стационарного потребления из (в)?