

## Заочный тур для 5-6 классов

- 1) В романе какого писателя жители Земли запускают космический аппарат с экипажем при помощи энергии пороха?
  - А) Николай Носов
  - Б) Жюль Верн**
  - В) Герберт Уэллс
  - Г) Станислав Лем
  - Д) Борис и Аркадий Стругацкие
  
- 2) Как в среднем изменяется расстояние между центрами Земли и Луны за длительный промежуток времени (порядка тысячи лет)?
  - А) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны со временем не изменяется.
  - Б) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны постепенно увеличивается.**
  - В) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны со временем уменьшается из-за торможения Луны при её движении по орбите.
  - Г) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны меняется периодически – то уменьшается, то увеличивается с периодом около 850 лет.
  - Д) Замерить это расстояние с достаточной для ответа точностью пока не удалось.
  
- 3) Как называется граница между освещенной Солнцем частью планеты и неосвещенной ее частью?
  - А) Никак не называется
  - Б) Альбедо
  - В) Терминатор**
  - Г) Лутеприкс
  - Д) Тропик
  
- 4) Какой по общемировому счету был первый искусственный спутник, запущенный США?
  - А) Первый
  - Б) Второй
  - В) Третий**
  - Г) Четвертый
  - Д) Седьмой
  
- 5) Спутник движется по геостационарной орбите Земли, высотой 36000 км и наклоном 0 градусов. Когда он попадет в тень Земли?
  - А) Никогда.
  - Б) Один раз в сутки спутник будет входить в тень Земли, а через несколько часов выходить из тени
  - В) Один раз весной и один раз осенью, каждый раз на несколько часов**
  - Г) Один раз зимой и один раз летом, каждый раз на несколько часов
  - Д) Ровно один раз в год на несколько часов
  
- 6) Находясь на поверхности какой планеты: Меркурия, Венеры или Марса человек никогда не сможет наблюдать звезды невооруженным глазом?
  - А) С Венеры – слишком плотная атмосфера**
  - Б) С Меркурия – близко расположенное Солнце засвечивает небосклон
  - В) С Марса – углекислый газ, составляющий атмосферу планеты, блокирует электромагнитные волны оптического диапазона

- Г) С Венеры и Меркурия  
Д) С Меркурия, Венеры и Марса
- 7) На поверхности каких небесных тел побывали космические аппараты, созданные на Земле?
- А) На Луне, Венере и Марсе (а более, нигде)  
Б) На всех планетах солнечной системы  
**В) На Луне, Венере, Марсе, Титане, Эросе, Итокаве и на комете Чурумова-Герасименко (а более, нигде)**  
Г) На Луне, Венере, Марсе, Титане, Энцеладе, Юпитере, Эросе, Итокаве и на комете Чурумова-Герасименко (а более, нигде)  
Д) Число небесных тел, на поверхности которых побывали земные космические аппараты, два года назад превысило сотню
- 8) Можно ли увидеть МКС (международную космическую станцию) из Санкт-Петербурга невооруженным глазом?
- А) Нет, МКС вообще нельзя увидеть в оптическом диапазоне, поскольку станция не имеет собственного свечения  
Б) Нет, МКС нельзя увидеть с Земли без бинокля – размеры станции слишком малы  
В) Нет. Теоретически увидеть МКС с Земли невооруженным глазом можно, но Санкт-Петербург находится на 60 градусе северной широты, а орбита МКС проходит значительно южнее.  
Г) Нет. Наблюдать за небесными телами можно только ночью, а для того, чтобы МКС стала видна, она должна отразить свет Солнца, т.е. тогда в месте наблюдения будет день.  
**Д) Да, это вполне возможно.**
- 9) Какой передатчик был установлен на первом искусственном спутнике Земли?
- А) Никакого  
Б) **Ламповый передатчик**  
В) Транзисторный передатчик  
Г) Было установлено два передатчика (для страховки), оба транзисторные  
Д) Квантовый передатчик
- 10) Что такое GPS-навигатор?
- А) Прибор, вычисляющий высоту орбиты космического спутника  
Б) Программа, которая находит в сети Интернет ваши координаты  
**В) Услуга, позволяющая определить координаты местонахождения прибора при помощи спутниковой информации**  
Г) Космический спутник  
Д) Прибор, который позволяет определить координаты места наблюдения по звездам

## ЗАДАЧА 1

*Грегор остался на Призраке-5 один-одинешенек.  
Проверив, как перенесло спуск оборудование,  
он дал Арнольду радиogramму о благополучном прибытии.  
Роберт Шекли, «Призрак-5»*

### Текст задачи

Грегор получил шифrogramму от Арнольда 127456398, в которой каждое двузначное число, составленное из двух соседних цифр кода: 12, 27, 74, 45, 56, 63, 39, 98 делится либо на 2, либо на 3. Грегор шифрует ответ. Для шифровки он также использует девятизначный код вида  $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9$ , где каждое из чисел  $a_k$  – это цифра от 1 до 9, причем каждая цифра встречается в коде ровно 1 раз. Но теперь известно, что любое двузначное число, составленное из двух соседних чисел кода, делится либо на 7, либо на 13.

Восстановите код Грегора. Приведите только ответ – перечислите девять цифр без пробелов и запятых. Если получается несколько вариантов кода, укажите их в ответе, разделяя пробелом.

### Конец текста задачи

### Решение

Выпишем все двузначные числа, которые делятся на 7 и содержат в своей записи различные цифры от 1 до 9. Получим: 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 84, 91, 98.

Теперь выпишем все двузначные числа, которые делятся на 13 и содержат в своей записи различные цифры от 1 до 9. Получим: 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91.

Заметим, что ни одно из них не заканчивается на 7, значит, цифра 7 должна идти в коде первой. Начинается на 7 только число 78, значит, код начинается с цифр 78. На 8 начинается только число 84, значит, код начинается на 784. Дальше перебираем варианты: 784 – следующее число 42 или 49. Возьмем 42. Дальше 21 или 26 (28 быть не может, так как цифра 8 уже встретилась в коде). Возьмем 21, дальше 13 (1 нельзя, так как 4 уже была). Дальше 35 или 39. Возьмем 35, дальше 56 (52 нельзя, так как 2 уже была). Дальше 63 или 65, но их брать нельзя, так как уже использовали 3 и 5. Значит, 35 после 13 брать нельзя.

Если после 13 взять 39, то дальше 91 или 98, но их брать нельзя, так как уже использовали 1 и 8. Значит, 39 после 13 брать нельзя. Но тогда нельзя взять 13 после 21, но это был единственный вариант, следовательно, 21 тоже неправильно.

Возьмем 26 после 42. Дальше 63 или 65. Возьмем 63. Дальше 35 или 39. Возьмем 35. Дальше 52 или 56. Но их брать нельзя, так как 2 и 6 уже были. Значит, 35 после 63 брать нельзя. Возьмем 65. Дальше 52 или 56, но их снова брать нельзя, так как 2 и 6 уже были. Значит, и 26 после 42 – это неправильно.

Получаем, что надо брать 49, то есть следующая цифра в коде – это 9.

На 9 начинаются 91 и 98, но 8 уже было, значит, следующая цифра – это 1.

На 1 начинаются 13 и 14, но 4 уже было, значит, следующая цифра – это 3.

На 3 начинаются 35 и 39, но 9 уже было, значит, следующая цифра – это 5.

На 5 начинаются 52 и 56. Возьмем 52. На 2 начинаются 21 и 26, но 1 уже было, значит, последняя цифра – это 6. Получаем код 784913526.

Если возьмем не 52, а 56, то дальше могут идти либо 3, либо 5, но они уже использованы. Значит, этот вариант неправильный.

Таким образом, единственный подходящий код – это 784913526.

## ЗАДАЧА 2

— Ты слышал что-нибудь о планете Мелдж?

Грегор кивнул. Мелдж была маленькая, всеми забытая планета на северной окраине Галактики, довольно далеко от торговых маршрутов.

Роберт Шекли, «Лаксианский Ключ»

### Текст задачи

У жителей планеты Мелдж бывает произвольное число рук. Однажды все они взялись за руки так, что каждая рука держит только одну руку, и свободных рук не осталось. Каково число жителей планеты Мелджс нечетным числом рук, четное или нечетное? Приведите полное решение.

### Конец текста задачи

### Решение

Назовём инопланетян с чётным числом рук чётными, а с нечётным – нечётными. Поскольку руки образуют пары, то общее число рук чётно. Общее число рук у чётных инопланетян чётно, поэтому общее число рук у нечётных инопланетян тоже чётно. Следовательно, число нечётных инопланетян чётно.

### ЗАДАЧА 3

— Я Хват — Раковая Шейка, — представилось чудище. — Хватаю всякие вещи.  
— Как интересно! — рука Грегора поползла в сторону бластера.  
— Хватаю вещи, именуемые Ричард Грегор, — весело и бесхитростно продолжало чудище,  
— и поедаю обычно в шоколадном соусе.  
Роберт Шекли, «Призрак-5»

#### Текст задачи

Хват — Раковая Шейка хочет съесть Грегора с шоколадным соусом. Он рассчитывает, сколько баночек соуса ему понадобится. Хват помнит, что, когда Грегору было 8 лет, для придания ему нужного вкуса требовалось ровно две баночки. В то время соус продавался в баночках по 50 г, и Хват покупал их из расчета 1 баночка на 16 кг веса Грегора. С тех пор вес Грегора увеличился на 120%, а соус стали выпускать в баночках по 100 г. Однако теперь его стали разбавлять молоком, добавляя в чистый соус  $a\%$  молока (процент вычисляется от общей массы содержимого).

Сколько баночек шоколадного соуса надо приобрести Хвату, чтобы вкус Грегора стал в точности таким же (то есть на 1 кг приходилось бы столько же чистого соуса), как в детстве? Сколько граммов неиспользованного соуса у Хвата останется? Приведите только ответ — запишите два числа, разделяя их пробелом: количество баночек и количество оставшегося соуса в граммах.

#### Конец текста задачи

Варьируемый параметр  $a$  меняется от 10 до 50 с шагом 10.

#### Решение

В детстве Грегора Хвату нужно было купить 2 баночки (то есть 100 г). Сейчас Грегор весит на 120% больше, то есть в 2,2 раза больше. Значит, Хвату достаточно 220 г чистого соуса. Однако соус разбавляют, теперь в баночке содержится  $(100 - a)\%$  чистого соуса, то есть  $(100 - a)$  граммов (поскольку баночки теперь стали по 100 г).

Значит, Хват должен купить такое количество  $n$  баночек, чтобы число  $n(100 - a)$  стало не меньше, чем 220.

При  $a = 10$ :  $n = 3$ , останется 50 г.

При  $a = 20$ :  $n = 3$ , останется 20 г.

При  $a = 30$ :  $n = 4$ , останется 60 г.

При  $a = 40$ :  $n = 4$ , останется 20 г.

При  $a = 50$ :  $n = 5$ , останется 30 г.

## ЗАДАЧА 4

Арнольд одарил его кривой усмешкой и спрятал пистолет в карман.

— Все равно, оставлю на память. Если женюсь да если у меня родится сын, это ему будет первый подарок.

— Нет уж, своему я припасу кое-что получше, — возразил Грегор и с нежностью похлопал по одеялу.

— Вот она — самая надежная защита: одеяло над головой.  
Роберт Шекли, «Призрак-5»

### Текст задачи

Грегор купил для своего сына лоскутное одеяло прямоугольной формы. Оно сшито из четырех лоскутов разного цвета. Известно, что синий, красный и желтый лоскуты имеют форму квадратов, причем все три квадрата — разных размеров, а оранжевый лоскут имеет форму прямоугольника длины  $3a$  см и ширины  $a$  см, где  $a = \dots$ . Найдите периметр одеяла. Приведите только ответ. Если ответов несколько, запишите их через пробел.

### Конец текста задачи

Варьируемый параметр  $a$  меняется в диапазоне от 11 до 16 с шагом 1.

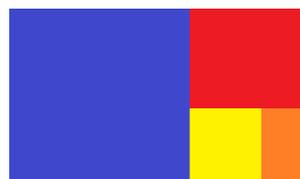
### Решение

Будем считать, что самый большой квадрат — синий, следующий по величине — красный, самый маленький — желтый. Развернем одеяло так, чтобы горизонтальный размер был больше или равен, чем вертикальный. Синий квадрат обязан содержать один из углов одеяла. В противном случае сбоку от него должны быть либо квадраты больших размеров (а синий — самый большой), либо два прямоугольника (это запрещено условием). Повернем одеяло так, чтобы синий квадрат содержал верхний левый угол. Если синий квадрат не содержит еще один угол одеяла, то остаток одеяла нельзя составить из двух других квадратов и прямоугольника (смотри рисунок).

Итак, синий квадрат содержит два угла одеяла. Опять проверяем, что красный квадрат надо стыковать к синему (иначе решений нет, смотри рисунок). Перевернем одеяло, если надо, и можем считать, что красный квадрат содержит верхний левый угол остатка. Заметим, что он должен содержать и верхний правый угол одеяла (иначе решений нет, смотри рисунок). Для желтого квадрата

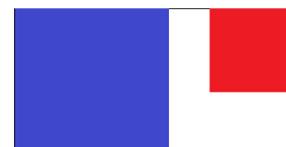
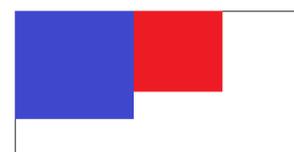
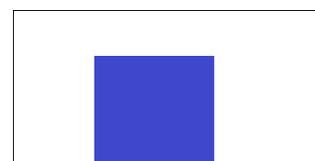


получаем два варианта: его можно пристыковать внизу слева или внизу справа. Оба варианта являются ответами, но периметр очевидно одинаков.



Осталось поместить прямоугольник — для него есть теперь только одно место. Однако вариантов два — желтый квадрат может стыковаться к меньшей стороне прямоугольника или к большей его стороне. Второй вариант также

разбивается на два случая, но периметр в них одинаков. В первом варианте желтый квадрат имеет сторону  $a$ , красный сторону  $4a$ , синий  $5a$ , а размеры одеяла  $9a \times 5a$ . Тогда периметр равен  $28a$ . В втором варианте желтый квадрат имеет сторону  $3a$ , красный сторону  $4a$ , синий  $7a$ , а размеры одеяла  $11a \times 7a$ . Тогда периметр равен  $36a$ .



## ЗАДАЧА 5

*А на пороге незапертой каюты возник серый исполин, чья шкура была испещрена красными крапинками. Исполин был наделен неисчислимым множеством рук, ног, щупалец, когтей и клыков да еще двумя крылышками в придачу.*

*Страшилище медленно надвигалось, постанывая и бормоча что-то н неодобрительное. Оба признали в нем Ворчучело.*

Роберт Шекли, «Призрак 5»

### Текст задачи

Призрак Ворчучело гонится за космонавтом Грегором по космическому кораблю. Жилое пространство корабля состоит из 18 кубических кают, расположенных на двух этажах, по 9 кают на каждом (см. рисунок). Грегор может перемещаться из каждой каюты в соседнюю, а находясь в каютах 1b, 2b и 1h, 2h может менять этаж. За один ход Грегор может сделать не более трех перемещений. Например, 1g-1h-2h-2i. Ворчучело также

может перемещаться из каждой каюты в соседнюю, но кроме того, оно может перемещаться вверх или вниз из любой каюты. За один ход Ворчучело может проделать не более двух перемещений. Например, 1e-2e-2h. В начале погони Грегор находится в каюте 2f, а Ворчучело в каюте 2a. Затем они делают ходы по очереди, начиная с Грегора.

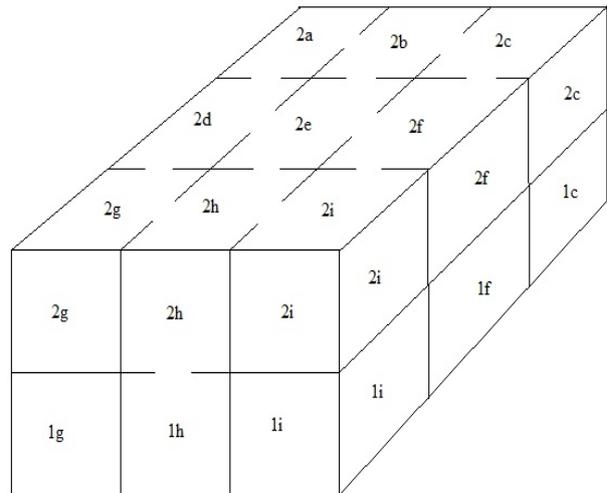
Помогите Грегору – опишите алгоритм его действий, который при любом поведении Ворчучела позволяет Грегору спастись. Предполагается, что перед своим ходом каждый из них знает, где находится противник.

### Конец текста задачи

### Решение

Стратегия Грегора заключается в том, чтобы после каждого своего хода находиться в одной из угловых ячеек 1a, 1c, 1g, 1i, 2a, 2c, 2g или 2i. Покажем, что если Грегор находится в угловой ячейке, то где бы ни был Ворчучело, Грегор может перейти в другую угловую ячейку, находящуюся на расстоянии 2 или более от Ворчучела. Тогда следующим ходом Ворчучело не поймает Грегора, а поскольку все угловые ячейки равнозначны, то игра продолжится сколь угодно долго.

Итак, пусть Грегор находится в ячейке 1g. Если Ворчучело находится в 1b, 1c, 1f, 2a, 2b, 2c, 2e, 2f или 2i, то Грегору можно остаться на месте. Если Ворчучело находится в 1a, 1d или 2d, то Грегор перебегает в 1i. Если Ворчучело в 1i, 1h, или 2h, то Грегор перебегает в 1a. Если Ворчучело в 2g, то Грегор может перейти в 1a или 1i – оба варианта его устраивают. Наконец, если Ворчучело в 1e, то Грегору следует сменить этаж, перейдя в 1g или 1i – оба варианта подходят.



## ЗАДАЧА 6

*С натянутой улыбкой Грегор сунул пистолет за пояс.  
Против воображаемого чудовища водяной пистолет — самое подходящее оружие.  
Роберт Шекли, «Призрак 5»*

### Текст задачи

Грегор и Хват – Раковая Шейка сталкиваются на космическом корабле рядом с лентой транспортера, которая движется горизонтально и равномерно со скоростью 2 м/с. Грегор держит в руках водяной пистолет, при виде которого Хват разворачивается и начинает убегать от Грегора вдоль ленты против ее движения со скоростью 6 м/с. Однако в то же самое мгновение Грегор от неожиданности роняет пистолет на ленту транспортера и бежит в противоположном Хвату направлении (то есть вдоль ленты по ходу ее движения) со скоростью 5 м/с.

Через 5 секунд после столкновения Хват оборачивается и, увидев, что противник больше не вооружен, вскакивает на ленту и бежит по ней в сторону Грегора с прежней собственной скоростью 6 м/с. Грегор понимает, что лишился пистолета через 7 секунд после столкновения. Он разворачивается, и бежит вдоль ленты обратно, по направлению к пистолету с прежней собственной скоростью 5 м/с. Успеет ли Грегор добраться до пистолета раньше, чем Хват доберется до Грегора? Приведите полное решение.

### Конец текста задачи

### Решение

Вначале Грегор и пистолет движутся в одну сторону, причем Грегор опережает пистолет со скоростью  $5-2=3$  м/с. Через 7 секунд между ними будет расстояние 21 м. Затем Грегор и пистолет движутся навстречу друг другу со скоростью сближения  $5+2=7$  м/с. Значит, Грегор доберется до пистолета за 3 секунды, т.е. через 10 секунд после столкновения.

Хват и пистолет вначале движутся в разные стороны со скоростью отдаления  $6+2=8$  м/с. Через 5 секунд между ними будет расстояние 40 м. Затем Хват догоняет пистолет со скоростью 6 м/с (скорость пистолета 2 м/с не учитываем, т.к. Хват бежит по ленте транспортера и также имеет дополнительную скорость 2 м/с). Грегор схватит пистолет через 10 секунд после столкновения, т.е. через 5 секунд после разворота Хвата. За это время Хват сблизится с пистолетом на  $6 \cdot 5 = 30$  м, т.е. будет в  $40-30=10$  метрах от Грегора.

**Ответ:** Грегор успеет добежать до пистолета.

## Заочный тур для 7-9 классов

- 1) Спутник движется по круговой орбите вокруг Земли в сильно разреженной атмосфере. Как повлияет на движение спутника атмосфера?
- А) Скорость спутника будет уменьшаться из-за торможения в атмосфере, а орбита спутника практически не изменится.
  - Б) Скорость спутника уменьшится, а орбита спутника станет круговой с меньшим радиусом.
  - В) Скорость спутника уменьшится, в результате чего спутник перейдет на вытянутую эллиптическую орбиту.
  - Г) Орбита спутника останется очень близкой к круговой, но с меньшим радиусом, а скорость спутника практически не изменится.**
  - Д) Ответ зависит от направления ветра, который будет дуть на спутник.
- 2) Как в среднем изменяется расстояние между центрами Земли и Луны за длительный промежуток времени (порядка тысячи лет)?
- А) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны со временем не изменяется.
  - Б) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны постепенно увеличивается.**
  - В) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны со временем уменьшается из-за торможения Луны при её движении по орбите.
  - Г) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны меняется периодически – то уменьшается, то увеличивается с периодом около 850 лет.
  - Д) Замерить это расстояние с достаточной для ответа точностью пока не удалось.
- 3) Как меняется геометрическое альbedo Луны для земного наблюдателя (в оптическом диапазоне)?
- А) Никак не меняется.**
  - Б) Меняется периодически в зависимости от фазы Луны
  - В) Меняется периодически в зависимости от расстояния от Земли до Луны
  - Г) Меняется по довольно сложному закону в зависимости от фазы Луны и от расстояния от Земли до Луны.
  - Д) Меняется по довольно сложному закону в зависимости от фазы Луны, от расстояния от Земли до Луны и от расстояния от системы Земля-Луна до Солнца.
- 4) Какой по общемировому счету был первый искусственный спутник, запущенный США?
- А) Первый
  - Б) Второй
  - В) Третий**
  - Г) Четвертый
  - Д) Седьмой
- 5) Спутник движется по геостационарной орбите Земли, высотой 36000 км и наклоном 0 градусов. Когда он попадет в тень Земли?
- А) Никогда.
  - Б) Один раз в сутки спутник будет входить в тень Земли, а через несколько часов выходить из тени
  - В) Один раз весной и один раз осенью, каждый раз на непродолжительное время**
  - Г) Один раз зимой и один раз летом, каждый раз на непродолжительное время
  - Д) Ровно один раз в год на несколько часов

6) Находясь на поверхности какой планеты: Меркурия, Венеры или Марса человек никогда не сможет наблюдать звезды невооруженным глазом?

- А) **С Венеры – слишком плотная атмосфера**
- Б) С Меркурия – близко расположенное Солнце засвечивает небосклон
- В) С Марса – углекислый газ, составляющий атмосферу планеты, блокирует электромагнитные волны оптического диапазона
- Г) С Венеры и Меркурия
- Д) С Меркурия, Венеры и Марса

7) На поверхности каких небесных тел побывали космические аппараты, созданные на Земле?

- А) На Луне, Венере и Марсе (а более, нигде)
- Б) На всех планетах солнечной системы
- В) **На Луне, Венере, Марсе, Титане, Эросе, Итокаве и на комете Чурумова-Герасименко (а более, нигде)**
- Г) На Луне, Венере, Марсе, Титане, Энцеладе, Юпитере, Эросе, Итокаве и на комете Чурумова-Герасименко (а более, нигде)
- Д) Число небесных тел, на поверхности которых побывали земные космические аппараты, два года назад превысило сотню

8) В романе какого писателя жители Земли запускают космический аппарат с экипажем при помощи энергии пороха?

- А) Николай Носов
- Б) **Жюль Верн**
- В) Герберт Уэллс
- Г) Станислав Лем
- Д) Борис и Аркадий Стругацкие

9) Какой передатчик был установлен на первом искусственном спутнике Земли?

- А) Никакого
- Б) **Ламповый передатчик**
- В) Транзисторный передатчик
- Г) Было установлено два передатчика (для страховки), оба транзисторные
- Д) Квантовый передатчик

10) Как изменится скорость спутника при совершении «гравитационного» маневра перед планетой (по ходу ее движения по орбите) и позади нее?

- А) Никак не изменится
- Б) При маневре перед планетой скорость спутника увеличится, а позади планеты - уменьшится
- В) **При маневре перед планетой скорость спутника уменьшится, а позади планеты - увеличится**
- Г) Термин «гравитационный маневр» выдуман голливудскими киношниками
- Д) Это зависит от соотношения масс планеты и спутника

## ЗАДАЧА 1

### Текст задачи.

*- Коэлла очень маленькая планета,  
но это – идеальное место!  
Превосходная атмосфера, лучшая гравитация,  
которую только можно купить за деньги, артезианская вода!  
Роберт Шекли «Замок Скэгов»*

С какой минимальной скоростью  $v_{\min}$  должен влететь в атмосферу Земли метеорит, состоящий из железа, чтобы полностью расплавиться в воздухе, если на нагрев метеорита расходуется  $\alpha = \%$  его начальной кинетической энергии? Начальная температура метеорита  $t_0 = -261$  °С. Удельную теплоёмкость железа считайте равной  $c = 460$  Дж/(кг °С), температуру плавления железа –  $t_{\text{пл}} = 1539$  °С, удельную теплоту плавления железа –  $\lambda = 270$  кДж/кг. Приведите только ответ, в м/с, округлив до целых.

### Конец текста задачи.

**Решение.** Метеор нагревается и плавится в результате превращения части его кинетической энергии во внутреннюю энергию. Уравнение теплового баланса имеет вид

$$\alpha \frac{m v_{\min}^2}{2} = m c (t_{\text{пл}} - t_0) + \lambda m, \text{ где } m - \text{масса метеорита. Отсюда } v_{\min} = \sqrt{\frac{2c(t_{\text{пл}} - t_0) + 2\lambda}{\alpha}}.$$

Ответ:  $v_{\min} = \sqrt{\frac{2(c(t_{\text{пл}} - t_0) + \lambda) \cdot 100\%}{\alpha}}$ .

Варьируемый параметр  $\alpha$ . Диапазон изменения от 60 до 80 % с шагом 2 %. Расчетная

формула  $v_{\min} = \frac{14819}{\sqrt{\alpha}}$ .

$\alpha$	60	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80
$v_{\min}$	1913	1882	1852	1824	1797	1771	1746	1723	1700	1678	1657

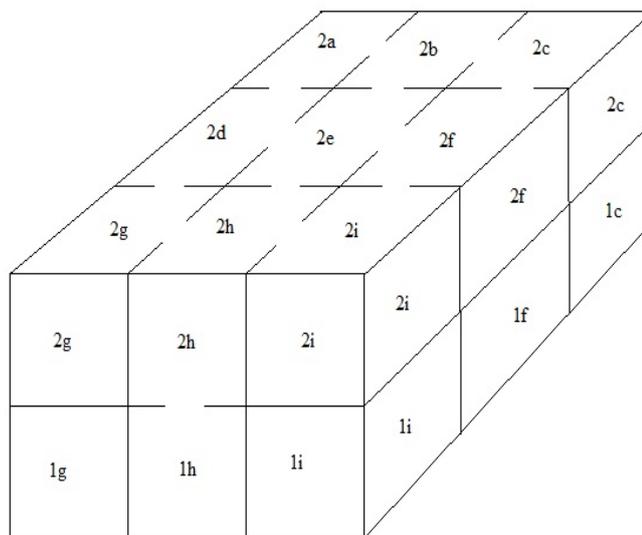
## ЗАДАЧА 2

### Текст задачи.

*А на пороге незапертой каюты возник серый исполин, чья шкура была испещрена красными крапинками. Исполин был наделен неисчислимым множеством рук, ног, щупалец, когтей и клыков, да еще двумя крылышками в придачу.*

*Страшилище медленно надвигалось, постанывая и бормоча что-то неодобрительное. Оба признали в нем Ворчучело.*  
Роберт Шекли «Призрак-5»

Призрак Ворчучело гонится за космонавтом Грегом по космическому кораблю. Жилое пространство корабля состоит из 18 кубических кают, расположенных на двух этажах, по 9 кают на каждом (см. рисунок). Грег может перемещаться из каждой каюты в соседнюю, а находясь в каютах 1b, 2b и 1h, 2h может менять этаж. За один ход Грег может сделать не более трех перемещений. Например, 1g-1h-2h-2i. При этом он не может пробегать через каюту, занятую Ворчучелом. Ворчучело



также может перемещаться из каждой каюты в соседнюю, но кроме того, оно может перемещаться вверх или вниз из любой каюты. За один ход Ворчучело может проделать не более двух перемещений. Например, 1e-2e-2h. Ворчучело поймает Грега, как только они окажутся в одной каюте. В начале погони Грег находится в каюте 1g, а Ворчучело в каюте 1e. Затем они делают ходы по очереди, начиная с Грега. Помогите Грегу – опишите алгоритм его действий, который при любом поведении Ворчучела позволяет Грегу спастись (то есть не быть пойманным сколь угодно долгое время). Предполагается, что перед своим ходом каждый из них знает, где находится противник.

**Конец текста задачи.**

### Решение

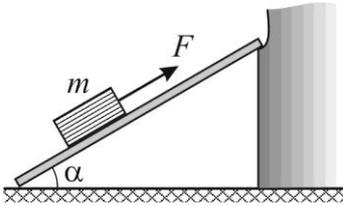
Стратегия Грегора заключается в том, чтобы после каждого своего хода находиться в одной из угловых ячеек 1a, 1c, 1g, 1i, 2a, 2c, 2g или 2i. Покажем, что если Грегор находится в угловой ячейке, то где бы ни был Ворчучело, Грегор может перейти в другую угловую ячейку, находящуюся на расстоянии 2 или более от Ворчучела. Тогда следующим ходом Ворчучело не поймает Грегора, а поскольку все угловые ячейки равнозначны, то игра продолжится сколь угодно долго.

Итак, пусть Грегор находится в ячейке 1g. Если Ворчучело находится в 1b, 1c, 1f, 2a, 2b, 2c, 2e, 2f или 2i, то Грегору можно остаться на месте. Если Ворчучело находится в 1a, 1d или 2d, то Грегор перебегает в 1i. Если Ворчучело в 1i, 1h, или 2h, то Грегор перебегает в 1a. Если Ворчучело в 2g, то Грегор может перейти в 1a или 1i – оба варианта его устраивают. Наконец, если Ворчучело в 1e, то Грегору следует сменить этаж, перейдя в 1g или 1i – оба варианта подходят.

### ЗАДАЧА 3

**Текст задачи.**

*Арнольд, его компаньон, вот-вот должен был вернуться.  
Еще утром он отправился заказать все эти 2035 предметов  
и проследить за их погрузкой на корабль.  
Роберт Шекли «Необходимая вещь»*



Для погрузки всего оборудования на звездолет космонавты Грегор и Арнольд использовали аппарат (наклонную площадку), расположенную под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Они обнаружили, что для того, чтобы затащить вверх по аппарату ящик массой  $m = 90$  кг, нужно приложить к нему силу, направленную параллельно аппарату и равную  $F = H$ .

Считая, что движение ящика происходит с постоянной скоростью, найдите коэффициент полезного действия  $\eta$  используемой космонавтами аппарату. Ускорение свободного падения примите равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Приведите только ответ, в процентах, округлив до целого значения.

**Конец текста задачи.**

**Решение.** Коэффициент полезного действия механизма по определению равен  $\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{з}}} \cdot 100\%$ , где  $A_{\text{п}}$  – полезная работа по перемещению ящика,  $A_{\text{з}}$  – полная (затраченная) работа. Пусть вертикальное перемещение ящика составило некоторую величину  $h$ . Тогда  $A_{\text{п}} = mgh$ , а  $A_{\text{з}} = Fs = F \frac{h}{\sin \alpha}$ . Отсюда  $\eta = \frac{mg}{F} \sin \alpha \cdot 100\%$ .

**Ответ:**  $\eta = \frac{mg}{F} \sin \alpha \cdot 100\%$ .

Варьируемый параметр  $F$ . Диапазон изменения от 500 до 1000 Н с шагом 50 Н. Расчетная формула  $\eta = \frac{45000}{F}$ .

$F$	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
$\eta$	90	82	75	69	64	60	56	53	50	47	45

## ЗАДАЧА 4

### Текст задачи.

*Арнольд извлек документы. Там значилось, что Межпланетная очистительная (и транспортная) служба обязуется доставить пять смагов, пять фиргелей и десять квилов в систему звезды Вермойн..*

Роберт Шекли «Рейс молочного фургона»

Арнольд и Грегор перевозят новую большую партию инопланетных животных: смагов, фиргелей и квилов. В результате путаницы с табличками на клетках каждый пятый смаг оказался помечен как фиргель, а десятая часть фиргелей обозначена на клетке как смаги. Кроме того, каждый двадцатый фиргель подписан как квил, а каждый двадцать пятый квил вообще не подписан. Все остальные таблички висят верно. В результате на клетках с животными есть 74 таблички «смаг», 134 таблички «фиргель» и 175 табличек «квил». Сколько животных каждого вида было на самом деле? Приведите только ответ – три числа, разделенных пробелами.

### Конец текста задачи.

### Решение

Пусть имеется  $x$  смагов,  $y$  фиргелей и  $z$  квилов. Тогда смагами подписано  $x - \frac{x}{5} + \frac{y}{10}$  животных (каждый пятый смаг подписан неверно, а к смагам отнесена десятая часть фиргелей). Фиргелями подписано  $y - \frac{y}{10} - \frac{y}{20} + \frac{x}{5}$  животных, а квилами  $z - \frac{z}{25} + \frac{y}{20}$ .

Составляем систему линейных уравнений

$$\begin{cases} \frac{4x}{5} + \frac{y}{10} = 74, \\ \frac{17y}{20} + \frac{x}{5} = 134, \text{ и находим } x = 75, y = 140, z = 700. \\ \frac{24z}{25} + \frac{y}{20} = 175 \end{cases}$$

**Ответ:**  $x = 75, y = 140, z = 700$ .

## ЗАДАЧА 5

### Текст задачи.

*На следующий день, загрузив в корабль оборудование, ловушки и прочую аппаратуру для уничтожения грызунов, друзья направились на планету Сир*  
Роберт Шекли «Беличье колесо»

Арнольд и Грегор приземлились на планете Сир. Место их посадки они обозначили на карте точкой  $A = (0, 0)$ . Чтобы перевезти оборудование, им нужно проложить кратчайшую дорогу от места посадки до фермы их клиента, находящейся в точке  $B = (500, 1500)$  (все расстояния даны в метрах). Путь от  $A$  до  $B$  пересечен двумя глубокими оврагами, через которые придется построить два моста (перпендикулярно берегам оврагов). Известно, что ширина первого оврага 100 м, а второго 200 м, причем берега обоих оврагов параллельны оси  $Ox$  на карте. Как проложить дорогу, чтобы она имела наименьшую длину? Приведите только ответ – длину дороги без учета длин мостов (сторону одной клетки примите за 100 м).

**Конец текста задачи.**

### Решение

Мысленно сожмем каждый из оврагов в прямую линию. Проложив теперь кратчайший путь, разождем овраги обратно и точки линии, оказавшиеся на разных берегах каждого оврага, соединим мостом. После сжатия оврагов, точка  $B$  приобретет координаты  $(500, 1200)$ , откуда длина пути равна  $\sqrt{500^2 + 1200^2} = 1300$ .

### Ответ

1300

## ЗАДАЧА 6

### Текст задачи.

*А теперь проваливайте!  
Но если вдруг найдете Лаксианский Ключ,  
то возвращайтесь и называйте любую цену.*  
Роберт Шекли «Лаксианский Ключ»

В руки Грегора и Арнольда попала инструкция по поиску места, где закопан Лаксианский Ключ. Инструкция состоит из строк вида: "D X", где слово D – одно из "N", "S", "E", "W", – задает направление движения (север, юг, восток, запад), а число X – количество шагов, которое необходимо пройти в этом направлении. Напишите программу, которая по этому описанию пути определяет точные координаты места, где спрятан Ключ, считая, что начало координат находится в начале пути, ось  $OX$  направлена на восток, ось  $OY$  – на север.

Входные данные:

На вход подается натуральное число  $N$  - количество строк, а затем последовательность из  $N$  строк указанного формата. Гарантируется, что числа не превосходят 1000.

Выходные данные

Необходимо вывести координаты клада "x y" – два целых числа через пробел. Гарантируется, что эти числа не превосходят 1000.

### Пример

Входные данные

3

S 3

E 19

N 22

Выходные данные

19 19

**Конец текста задачи.**

## ЗАДАЧА 7

**Текст задачи.**

*Впрочем, по ту сторону неведомого солнца  
никакое умение приспособиться не поможет.  
Попробуйте выжить, например, в космическом вакууме.  
Роберт Шекли «Беличье колесо»*

Оцените отношение энергии, получаемой от Солнца спутником Сатурна Титаном, в перигелии и в апогелии орбиты Сатурна. Приведите полное решение.

**Конец текста задачи.**

**Решение.**

Размерами орбиты Титана по сравнению с размерами орбиты Сатурна пренебрегаем. Поток излучения  $F$  от Солнца рассчитывается по формуле

$$F = \frac{L_{\odot}}{4\pi r^2}$$

где  $L_{\odot}$  - светимость Солнца,  $r$  - расстояние от Солнца.

Отношение потоков в перигелии  $F_p$  и в апогелии  $F_a$  Сатурна составляет

$$\frac{F_p}{F_a} = \frac{L_{\odot}}{4\pi r_p^2} \frac{4\pi r_a^2}{L_{\odot}} = \left(\frac{r_a}{r_p}\right)^2 = 1.25,$$

где  $r_a = 10.116$  а.е. - расстояние Сатурна от Солнца в перигелии,  $r_p = 9.048$  а.е. - расстояние Сатурна от Солнца в апогелии. Таким образом, система Сатурна в перигелии освещена на 25% сильнее, чем в апогелии.

## ЗАДАЧА 8

### Текст задачи.

*Мелдж была маленькая, всеми забытая планета,  
на северной окраине галактики, довольно далеко  
от торговых маршрутов*  
Роберт Шекли «Лаксианский Ключ»

Планета Мелдж находится в системе двойной звезды. Эта система состоит из двух звезд, масса одной из которых в  $\lambda$  раз больше массы другой. Опишите движение звезд системы, если известно, что расстояние между звездами не меняется, а  $\lambda = \dots$ . Приведите полное решение.

### Конец текста задачи.

Варьируемый параметр  $\lambda$  меняется от 1,5 до 4 с шагом 0,5.

### Решение

Движение в задаче двух тел происходит по Кеплеровским орбитам, а так как система устойчива, то обе звезды движутся по эллипсам с общим фокусом – барицентром системы. Так как отрезок, соединяющий звезды всегда проходит через этот барицентр, то в тот момент, когда первая звезда проходит перигей своей орбиты, вторая находится в апогее, и наоборот. Если обозначить через  $a$  большую полуось малого эллипса,  $c$  фокусное расстояние малого эллипса,  $A$  большую полуось большого эллипса,  $C$  - фокусное расстояние большого эллипса, то из постоянства расстояния между планетами получаем  $a + c + A - C = a - c + A + C$ , откуда  $c = C$ , т.е. движение происходит по окружностям. Тогда отрезок, соединяющий звезды лежит на диаметре каждой из двух окружностей, т.е. период вращения у звезд совпадает. Тогда центробежная сила для каждой из звезд равна  $F = M_1 R_1 \omega^2 = M_2 R_2 \omega^2$  (силы равны, поскольку каждая из них равна силе тяготения). Отсюда получаем, что отношение радиусов орбит звезд равно  $\lambda$  (более тяжелая звезда движется по окружности меньшего радиуса).

## Заочный тур для 10-11 классов

- 1) Спутник движется по круговой орбите вокруг Земли в сильно разреженной атмосфере. Как повлияет на движение спутника атмосфера?
  - А) Скорость спутника будет уменьшаться из-за торможения в атмосфере, а орбита спутника практически не изменится.
  - Б) Скорость спутника уменьшится, а орбита спутника станет круговой с меньшим радиусом.
  - В) Скорость спутника уменьшится, в результате чего спутник перейдет на вытянутую эллиптическую орбиту.
  - Г) Орбита спутника останется очень близкой к круговой, но с меньшим радиусом, а скорость спутника практически не изменится.**
  - Д) Ответ зависит от направления ветра, который будет дуть на спутник.
  
- 2) Как в среднем изменяется расстояние между центрами Земли и Луны за длительный промежуток времени (порядка тысячи лет)?
  - А) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны со временем не изменяется.
  - Б) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны постепенно увеличивается.**
  - В) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны со временем уменьшается из-за торможения Луны при её движении по орбите.
  - Г) Среднее расстояние между центрами Земли и Луны меняется периодически – то уменьшается, то увеличивается с периодом около 850 лет.
  - Д) Замерить это расстояние с достаточной для ответа точностью пока не удалось.
  
- 3) Как меняется геометрическое альbedo Луны для земного наблюдателя (в оптическом диапазоне)?
  - А) Никак не меняется.**
  - Б) Меняется периодически в зависимости от фазы Луны
  - В) Меняется периодически в зависимости от расстояния от Земли до Луны
  - Г) Меняется по довольно сложному закону в зависимости от фазы Луны и от расстояния от Земли до Луны.
  - Д) Меняется по довольно сложному закону в зависимости от фазы Луны, от расстояния от Земли до Луны и от расстояния от системы Земля-Луна до Солнца.
  
- 4) Какой по общемировому счету был первый искусственный спутник, запущенный США?
  - А) Первый
  - Б) Второй
  - В) Третий**
  - Г) Четвертый
  - Д) Седьмой
  
- 5) Спутник движется по геостационарной орбите Земли, высотой 36000 км и наклоном 0 градусов. Когда он попадет в тень Земли?
  - А) Никогда.
  - Б) Один раз в сутки спутник будет входить в тень Земли, а через несколько часов выходить из тени
  - В) Один раз весной и один раз осенью, каждый раз на непродолжительное время**
  - Г) Один раз зимой и один раз летом, каждый раз на непродолжительное время
  - Д) Ровно один раз в год на несколько часов

- 6) Находясь на поверхности какой планеты: Меркурия, Венеры или Марса человек никогда не сможет наблюдать звезды невооруженным глазом?
- А) **С Венеры – слишком плотная атмосфера**
  - Б) С Меркурия – близко расположенное Солнце засвечивает небосклон
  - В) С Марса – углекислый газ, составляющий атмосферу планеты, блокирует электромагнитные волны оптического диапазона
  - Г) С Венеры и Меркурия
  - Д) С Меркурия, Венеры и Марса
- 7) На поверхности каких небесных тел побывали космические аппараты, созданные на Земле?
- А) На Луне, Венере и Марсе (и более нигде)
  - Б) На всех планетах солнечной системы
  - В) **На Луне, Венере, Марсе, Титане, Эросе, Итокаве и на комете Чурумова-Герасименко (и более нигде)**
  - Г) На Луне, Венере, Марсе, Титане, Энцеладе, Юпитере, Эросе, Итокаве и на комете Чурумова-Герасименко (и более нигде)
  - Д) Число небесных тел, на поверхности которых побывали земные космические аппараты, два года назад превысило сотню
- 8) В романе какого писателя жители Земли запускают космический аппарат с экипажем при помощи энергии пороха?
- А) Николай Носов
  - Б) **Жюль Верн**
  - В) Герберт Уэллс
  - Г) Станислав Лем
  - Д) Борис и Аркадий Стругацкие
- 9) Какой передатчик был установлен на первом искусственном спутнике Земли?
- А) Никакого
  - Б) **Ламповый передатчик**
  - В) Транзисторный передатчик
  - Г) Было установлено два передатчика (для страховки), оба транзисторные
  - Д) Квантовый передатчик
- 10) Как изменится скорость спутника при совершении «гравитационного» маневра перед планетой (по ходу ее движения по орбите) и позади нее?
- А) Никак не изменится
  - Б) При маневре перед планетой скорость спутника увеличится, а позади планеты - уменьшится
  - В) **При маневре перед планетой скорость спутника уменьшится, а позади планеты - увеличится**
  - Г) Термин «гравитационный маневр» выдуман голливудскими киношниками
  - Д) Это зависит от соотношения масс планеты и спутника

## ЗАДАЧА 1

### Текст задачи.

*В Биттер-Лаге, на планете Сир, у меня есть ферма, —  
наконец, взяв себя в руки, начал рассказывать сириянин. —  
Я засеял зерновыми и другими культурами около восьмисот акров.  
Но как только поля зазеленеют, проклятые крысы начисто сожрут всходы.  
Роберт Шекли «Беличье колесо»*

Фермерское поле имеет форму равнобедренного треугольника  $ABC$  со стороной  $AC = 39k\sqrt{2}$  и углом  $\alpha$  при основании  $AB$ , причем  $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}$ . Крысы полностью объели ту часть поля, которая заключена внутри круга диаметра  $d = 27k$  с центром в точке  $O$  - доме фермера. Круг касается границы поля  $AC$  в точке  $K$ , границы  $BC$  в точке  $N$  и пересекает сторону  $AB$  в точках  $L$  и  $M$ . Кошки, завезенные Грегором и Арнольдом, уничтожили всех крыс внутри треугольника  $KLM$ . Найдите площадь этого треугольника. Приведите полное решение.

### Конец текста задачи.

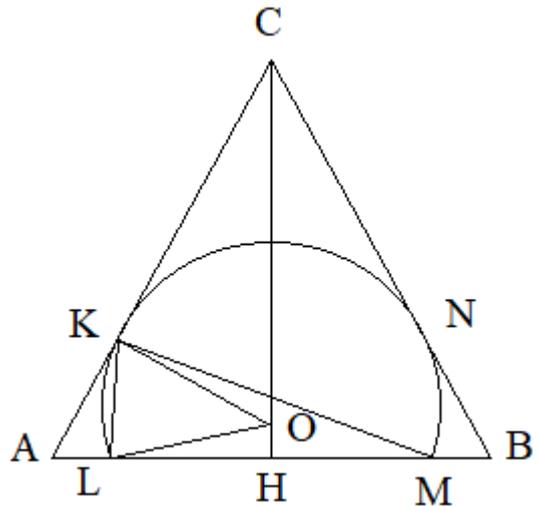
Варьируемый параметр  $k$  меняется от 1 до 6 с шагом 1.

### Решение.

Пусть  $r = OL = OK = d/2$  – радиус окружности,  $AC = a$ . Угол  $OKC$  равен  $\pi/2$ , а угол  $\angle OCK = \frac{\pi}{2} - \alpha$ , т.е.  $\angle COK = \alpha$ . Тогда  $OC = r / \cos \alpha$ ,  $KC = r \operatorname{tg} \alpha$ ,  $AK = a - r \operatorname{tg} \alpha$ . Опустим высоту  $KP$  на сторону  $AB$ . Тогда  $KP = (a - r \operatorname{tg} \alpha) \sin \alpha$ . Поскольку  $CH = a \sin \alpha$ , то  $OH = a \sin \alpha - \frac{r}{\cos \alpha}$ . Из теоремы Пифагора находим  $LH = \sqrt{LO^2 - OH^2} = \sqrt{r^2 - \left(a \sin \alpha - \frac{r}{\cos \alpha}\right)^2}$ , а

искомая площадь равна  $S = LH \cdot KP$ .

**Ответ:**  $S = 80k^2\sqrt{2}$ .



## ЗАДАЧА 2

### Текст задачи.

*На следующий день спасательная шлюпка  
была погружена на борт звездолета,  
и друзья стартовали по направлению к Трайденту.  
Роберт Шекли «Мятеж шлюпки».*

Звездолет Грегора и Арнольда находится на орбите планеты Трайидент. Планета движется в плоскости по кривой, заданной уравнением  $Ax^2 - Cxy + By^2 = 1$ . Звездолет движется в той же плоскости, причем все время движения, в тот момент, когда Трайидент находится в точке  $(x, y)$ , расстояние между ним и звездолетом  $r = Ax^2 + By^2$ . На каком наибольшем расстоянии от планеты может находиться звездолет, если  $A = 225, B = 100, C = \dots$ ? В ответе дайте число с точностью до трех знаков после запятой. Приведите полное решение.

### Конец текста задачи.

Варьируемый параметр  $C$  выбирается в диапазоне от 75 до 225 с шагом 15.

### Решение:

Заметим неравенство

$$xy \leq \frac{Ax^2 + By^2}{2\sqrt{AB}}$$

Тогда  $r = 1 + Cxy \leq 1 + \frac{C}{2\sqrt{AB}}(Ax^2 + By^2) = 1 + \frac{C}{2\sqrt{AB}}r$ , откуда  $r \leq \frac{2\sqrt{AB}}{2\sqrt{AB}-C}$ . Равенство достигается, если  $y\sqrt{B} = x\sqrt{A}$ . Такая точка на траектории движения есть, поскольку уравнение

$$Ax^2 - C \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{A}}x^2 + Ax^2 = 1$$

имеет решения, так как  $C < 2\sqrt{AB}$ .

**Ответ:**  $\frac{2\sqrt{AB}}{2\sqrt{AB}-C}$

### ЗАДАЧА 3

#### Текст задачи.

*Ричард Грегор раскладывал новый пасьянс, включавший три колоды карт, шесть джокеров, набор игральные кости и логарифмическую линейку.  
Роберт Шекли «Замок скэгов».*

Устав раскладывать пасьянс, от нечего делать Грегор всю ночь наблюдает за спутником, движущимся по геостационарной орбите (то есть по орбите, лежащей в плоскости экватора на высоте  $h = 35800$  км от поверхности Земли). На какой высоте над горизонтом он может видеть этот спутник? (Считайте Землю шаром радиуса  $r = 6400$  км; координаты офиса, где находится Грегор, примите равными:  $45$  градусов северной широты;  $93,3$  градуса западной долготы; высота объекта над горизонтом – угол между направлением на объект и горизонталью; видимость считается идеальной, рельефом местности пренебрегаем). В ответе укажите значение тангенса угла с точностью до трех знаков после запятой. Приведите полное решение.

#### Конец текста задачи.

#### Решение.

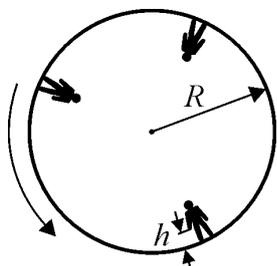
Пусть  $O$  - центр Земли,  $A$  - точка наблюдения,  $B$  - положение спутника. Так как точка находится в северном полушарии, а спутник движется в экваториальной плоскости, то наибольшее его восхождение будет наблюдаться строго на юге. Значит, плоскость  $ABC$  пересекает земной шар строго по меридиану. Линия горизонта в этой плоскости – это прямая, проходящая через  $B$  перпендикулярно  $OA$  (касательная перпендикулярна радиусу в точке касания). Пусть  $D$  - точка пересечения этой прямой с  $OB$ . Тогда искомый угол - это  $\angle DBC = \alpha$ ,  $OB = r$ ,  $OC = r + h$ ,  $\angle DOB = 45^\circ$  (широта точки  $B$ ). Треугольник  $OBD$  - равнобедренный и прямоугольный,  $\angle CDB = 135^\circ$ ,  $\angle BCD = 45^\circ - \alpha$ ,  $BD = r$ . Применяем теорему синусов к треугольнику  $BDC$  и после упрощений получаем  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{r+h}{r+h+r\sqrt{2}} = 0,823$ .

**Ответ:** 0,823

## ЗАДАЧА 4

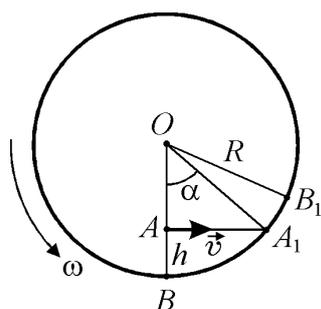
### Текст задачи.

*Корабль отбуксировали на взлетную полосу.  
Вскоре Грегор был уже в космосе и держал курс на пакгауз,  
обращающийся на орбите вокруг Веймойна II.  
Роберт Шекли «Рейс молочного фургона»*



Космический корабль Грегора, имеющий форму кругового цилиндра, совершает межпланетный перелет с постоянной скоростью. Для создания на борту искусственной тяжести он приведен во вращение вокруг продольной оси с постоянной угловой скоростью. При этом "полом" для космонавта является внутренняя поверхность корпуса корабля. Грегор, стоящий на полу, выпускает из руки небольшой предмет. На каком расстоянии  $l$  от его ног, измеренном вдоль пола, этот предмет упадет на пол? Радиус корпуса корабля  $R = \text{м}$ , высота, с которой падает предмет  $h = 1 \text{ м}$ . Влиянием всех небесных тел и силой притяжения предмета к кораблю можно пренебречь. Сопротивление воздуха не учитывайте. Приведите только ответ в миллиметрах, округлив до целых.

**Решение.** Рассмотрим движение предмета в не вращающейся системе отсчета, связанной с кораблем (см. рисунок). В этой системе предмет, выпущенный из руки в точке  $A$ , имеет скорость  $v = \omega(R - h)$ , направленную перпендикулярно к  $OA$ .



Поскольку сопротивление воздуха и влияние небесных тел пренебрежимо малы, предмет движется прямолинейно и равномерно и за время  $\tau = \frac{AA_1}{v}$  достигает пола в точке  $A_1$ . Точка  $B$  (подошвы ног космонавта) за это время переместится в положение  $B_1$ . Обозначив через  $\omega$  угловую скорость вращения корабля, находим, что длина дуги  $\cup BB_1$  равна:

$$\cup BB_1 = \omega R \tau = \omega R \frac{AA_1}{\omega(R - h)} = R \operatorname{tg} \alpha.$$

$\cup BA_1 = R\alpha$ , искомое расстояние (длина дуги  $\cup A_1B_1$ ) равно:  
 $\cup A_1B_1 = \cup BB_1 - \cup BA_1 = R(\operatorname{tg} \alpha - \alpha)$ . Следовательно,  $l = R(\operatorname{tg} \alpha - \alpha)$ , где  $\alpha = \arccos \frac{R - h}{R}$ .

Используя тригонометрические тождества, ответ можно преобразовать к виду:

$$l = R \left( \frac{\sqrt{R^2 - (R - h)^2}}{R - h} - \arccos \frac{R - h}{R} \right).$$

**Ответ:**  $l = R \left( \frac{\sqrt{R^2 - (R - h)^2}}{R - h} - \arccos \frac{R - h}{R} \right)$ .

Варьируемый параметр  $R$ . Диапазон изменения от 10 до 20 м с шагом 1 м. Расчетная

формула  $l = 1000 \cdot R \cdot \left( \frac{\sqrt{R^2 - (R - 1)^2}}{R - 1} - \arccos \frac{R - 1}{R} \right)$ .

$R$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$l$	333	314	298	284	272	262	252	244	236	229	222

## ЗАДАЧА 5

### Текст задачи.

— Боже! — ахнул Арнольд.  
 — Все ясно. После посадки я не стал заdraивать воздушный шлюз.  
 Мы по-прежнему дышим воздухом Призрака-5!  
 Роберт Шекли «Призрак-5»

В космический корабль Грегора и Арнольда, совершающий межпланетный перелет, попал метеорит. Он пробил в корпусе маленькое отверстие, через которое наружу стал выходить воздух. Объем корабля  $V = \text{м}^3$ , начальное давление воздуха в нем  $p_0 = 10^5$  Па, температура  $t = 27^\circ\text{C}$ . Через какое время  $\tau$  после попадания метеорита давление воздуха в корабле уменьшится на  $\Delta p = 10^3$  Па, если площадь отверстия  $S = 1 \text{ см}^2$ ? Молярная масса воздуха  $M = 29$  г/моль, универсальная газовая постоянная  $R = 8,3$  Дж/(моль·К). При решении учтите, что  $\Delta p \ll p_0$ , температуру воздуха внутри корабля считайте постоянной, а процесс истечения воздуха квазиравновесным. Приведите только ответ в секундах, округлив до целых.

**Решение.** Записывая для вытекающего воздуха уравнение Бернулли и учитывая, что давление воздуха за рассматриваемый промежуток времени меняется незначительно, имеем:  $p_0 = \frac{\rho v^2}{2}$ , откуда скорость истечения воздуха  $v = \sqrt{\frac{2p_0}{\rho}}$ . Здесь  $\rho = \frac{p_0 M}{RT}$  –

плотность воздуха, которая также практически постоянна. Следовательно, массовый расход воздуха равен:  $\mu = Sv\rho = S\sqrt{2p_0\rho} = Sp_0\sqrt{\frac{2M}{RT}}$ . Из уравнения Клапейрона-Менделеева находим изменение давления воздуха за время  $\tau$ , а именно  $\Delta p = \frac{\mu\tau}{MV}RT$ .

Объединяя записанные выражения, получаем, что  $\tau = \frac{\Delta p}{p_0} \cdot \frac{V}{S} \cdot \sqrt{\frac{M}{2RT}}$  с.

**Ответ:**  $\tau = \frac{\Delta p}{p_0} \cdot \frac{V}{S} \cdot \sqrt{\frac{M}{2RT}}$ .

Варьируемый параметр  $V$ . Диапазон изменения от 1000 до 2000 м<sup>3</sup> с шагом 100 м<sup>3</sup>.

Расчетная формула  $\tau = 0,241 \cdot V$ .

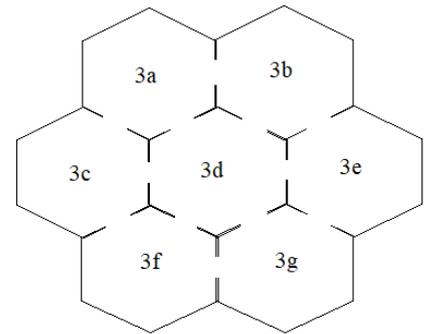
$V$	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000
$\tau$	241	265	289	313	337	361	386	410	434	458	482

## ЗАДАЧА 6

### Текст задачи.

*А на пороге незапертой каюты возник серый исполин,  
чья шкура была испещрена красными крапинками.  
Исполин был наделен неисчислимым множеством рук, ног, щупалец,  
когтей и клыков, да еще двумя крылышками впридачу.  
Страшилище медленно надвигалось, постанывая и бормоча  
что-то неодобрительное. Оба признали в нем Ворчучело.  
Роберт Шекли «Призрак-5»*

Призрак Ворчучело гонится за космонавтом Грегором по космическому кораблю. Жилое пространство корабля состоит из шестиугольных кают, которые расположены на 2020 этажах с номерами от 1 до 2020, по 7 кают на каждом (для примера на рисунке изображен план третьего этажа). Грегор может перемещаться из каждой каюты в соседнюю, находящуюся на том же этаже. Каждый этаж с четным номером имеет лестницу вверх, находящуюся в каюте *c* и лестницу вниз, находящуюся в каюте *e*. Каждый этаж с номером вида  $4n + 1$  имеет лестницу вверх, находящуюся в каюте *c* и лестницу вниз, находящуюся в той же каюте. Каждый этаж с номером вида  $4n + 3$  имеет лестницу вверх, находящуюся в каюте *e* и лестницу вниз, находящуюся в той же каюте. За один ход Грегор может сделать не более четырех перемещений. Например,  $3e-2e-2d-2c-1c$ . Ворчучело также может перемещаться из каждой каюты в соседнюю, но кроме того, оно может перемещаться вверх или вниз из любой каюты. За один ход Ворчучело может проделать не более двух перемещений. Например,  $3d-2d-1d$ . В начале погони Грегор находится в каюте 1010e, а Ворчучело в каюте 1010d. Затем они делают ходы по очереди, начиная с Грегора. Опишите способ, позволяющий Ворчучелу гарантированно поймать Грегора. Предполагается, что перед своим ходом каждый из них знает, где находится противник.



### Конец текста задачи.

### Решение

При своем первом ходе Грегор может либо остаться на 1010 этаже, либо спуститься в 1009с, либо подняться на 1011 этаж, либо подняться на 1012 этаж. Во всех вариантах, кроме последнего, Ворчучело ловит его своим следующим ходом. Пусть Грегор за свой первый ход поднялся на 1012 этаж. Тогда правильный ход Ворчучело – 1011e. Теперь Грегор не может спуститься с 1012 этажа. Далее, вне зависимости от хода Грегора, Ворчучело делает ход 1012e. Затем, если Грегор остался на 1012 этаже, Ворчучело его ловит, а если Грегор поднялся выше, то ход Ворчучело – 1012с. Дальнейшие ходы Ворчучело: 1012с-1013с-1014с-1014е-1015е-1016е-1016с-1017с-1018с-1018е-1019е-1020е-1020с-... (естественно, если в какой-то момент Ворчучело видит, что может поймать Грегора за один ход, он это делает). Таким образом, Ворчучело каждый раз блокирует лестницу вниз и заставляет Грегора постепенно увеличивать номер своего этажа. Игра закончится, когда Грегор окажется на 2020 этаже. Ворчучело поднимется в 2020е и вне зависимости от хода Грегора поймает его следующим своим ходом.

## ЗАДАЧА 7

### Текст задачи

*Не позволяйте этому офису ввести вас в заблуждение, — сказал Арнольд.  
— Мы самые лучшие, и наши расценки самые приемлемые.  
Для нас не бывает слишком большой планеты или слишком маленького астероида!  
К любой работе — особый подход! — добавил он немного не в тему.  
Роберт Шекли «Замок скэгов»*

В рамках очередного задания Арнольду необходимо наблюдать с Земли спутник Юпитера – Ио. Оцените время, в течение которого Арнольд сможет видеть Ио на диске Юпитера. Ответ приведите в секундах. Приведите полное решение.

### Конец текста задачи

### Решение

Транзит начинается в момент, когда Ио при движении по орбите вокруг Юпитера пересекает прямую, связывающую край Юпитера и наблюдателя (в плоскости орбиты Ио), и заканчивается, когда спутник пересекает прямую, связывающую противоположный край диска планеты и наблюдателя. Пренебрегаем размерами планеты по сравнению с расстоянием между Землей и Юпитером (в любых точках их орбиты), что позволяет считать указанные прямые параллельными. Также считаем отрезок орбиты Ио при транзите прямой линией. Тогда время транзита спутника по диску планеты будет

$$t = \frac{2R_{Jupiter}}{v_{Io}}$$

где  $R_{Jupiter} = 69911$  км (средний радиус Юпитера), а средняя скорость движения Ио по орбите

$$v_{Io} = \frac{2\pi R_{orb}}{T_{Io}}$$

где  $R_{orb} = 421700$  км – радиус орбиты Ио, а  $T_{Io} = 1.76914$  сут – период обращения Ио по орбите. Итого получаем после подстановки численных величин в формулы:  
 $0.093$  сут = 2 ч 10 мин 26 с=.

Более точное решение может учесть кривизну орбиты Ио.

Угол  $\beta$  между прямыми, проведенными из центра планеты в точки начала и конца транзита, составляет:

$$\beta = 2 \arcsin \frac{R_{Jupiter}}{R_{orb}}$$

где  $R_{Jupiter} = 71492$  км – экваториальный радиус Юпитера (с достаточной точностью можно считать, что Ио вращается в экваториальной плоскости Юпитера). Время прохождения  $t$  может быть оценено как:

$$t = \frac{T_{Io}\beta}{2\pi}$$

Время транзита составляет примерно 8289 секунд (2 часа 18 минут 09 секунд).

**Ответ:** 8289 секунд с точностью 500 секунд.

## ЗАДАЧА 8

### Текст задачи.

*А теперь проваливайте!  
Но если вдруг найдете Лаксианский Ключ,  
то возвращайтесь и называйте любую цену.*  
Роберт Шекли «Лаксианский Ключ»

Грегор и Арнольд ищут Лаксианский Ключ на прямоугольном поле размера  $N \times N$ . Они двигаются от левого верхнего угла поля по спирали, закручивая спираль по часовой стрелке к центру. При этом они заполняют клетки поля числами от 1 до  $N^2$ .

1	2	3	4
12	13	14	5
11	16	15	6
10	9	8	7

Напишите программу на вашем любимом языке программирования, которая выводит число, находящееся в ячейке  $(i, j)$ .

Программа принимает на вход натуральное число  $N$ , два натуральных числа  $i$  и  $j$ , между 1 и  $N$ , и выводит число, находящееся в ячейке в  $i$ -ой строке,  $j$ -ом столбце.

### Пример:

Вход:

4

2 2

Вывод:

13

Пояснение – смотри рисунок.

**Конец текста задачи.**