

**Исследование асимптотических свойств распределения консенсусного значения в одной модели взаимодействующих участников.**

**Научный руководитель – Манита Лариса Анатольевна**

**Лыков Максим Сергеевич**

*Студент (бакалавр)*

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,  
Московский институт электроники и математики им. А.Н. Тихонова, Москва, Россия  
*E-mail: maks.lykov.04@bk.ru*

<p>В работе изучается стохастическая модель согласования в многоагентной системе, основанная на алгоритме Де Грута [2]. В отличие от классических детерминированных моделей [1] и стохастических сетей с обрывом связей [3-6], рассматривается случай отключения самих узлов.

Система состоит из  $n$  агентов, в каждый момент времени  $t(t = 0, 1, \dots)$  состояние системы определяется вектором  $x(t)$  (который мы будем также называть вектором мнений). На каждой итерации возможны два сценария обновления мнений. С вероятностью  $\beta \in (0, 1)$  система работает штатно, все агенты обновляют мнения по правилу Де Грута:  $x(t + 1) = Ax(t)$ , где  $A$  – заданная стохастическая матрица. С вероятностью  $1 - \beta$  один из агентов (номер агента  $k$  выбирается случайно) "отключается" и именно, не меняет свое мнение на текущей итерации  $x_k(t + 1) = x_k(t)$ , остальные агенты действуют по правилу Де Грута. Можно записать уравнение, которое задает динамику системы, в виде рандомизированного алгоритма:

$$x(t + 1) = W(t + 1)x(t)$$

где  $W(t) = A_{\xi(t)}$ ,  $\{\xi(t)\}_{t=1}^{\infty}$  – последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин:  $P(\xi_t = 0) = \beta$ ,  $P(\xi_t = k) = \frac{1-\beta}{n}$  для  $k > 0$ . Матрицы  $A_k$  задаются следующим образом:  $A_0 = A$ , для  $k > 0$  матрицы  $A_k$  строятся по основной матрице  $A$ , а именно, все строки матрицы  $A_k$  совпадают с соответствующими строками матрицы  $A$  за исключением строки с номером  $k$ , в матрице  $A_k$   $k$ -ая строка совпадает с вектором  $e_k = (0, \dots, 1, \dots, 0)$  стандартного ортонормированного базиса. Матрица  $A_k$ ,  $k > 0$  соответствует ситуации, когда отключается агент  $k$ , матрица  $A_0$  - все взаимодействуют по Де Груту.

Поведение системы на больших временах определяется неоднородным произведением случайных матриц  $V(t) = W(t)W(t - 1) \dots W(1)$ . Мы изучаем условия [6], при которых существует предел  $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t)$ , и при этом предельная матрица имеет ранг 1. В этой ситуации существует  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x^* = c \cdot \mathbf{1}$ , где  $c$  - случайная величина, аналог консенсусного значения для детерминированных моделей. В работе мы анализируем характер распределения случайной величины  $c$  и оцениваем ее числовые характеристики.</p>

**Источники и литература**

- 1) Агаев Р. П., Чеботарев П. Ю. Сходимость и устойчивость в задачах согласования характеристик (обзор базовых результатов) // Управление большими системами: сборник трудов. 2010. № 30-1. С. 470–505.
- 2) DeGroot M. H. Reaching a consensus // Journal of the American Statistical association. 1974. Т. 69. № 345. С. 118–121.

- 3) Fagnani F., Zampieri S. Average consensus with packet drop communication // SIAM Journal on Control and Optimization. 2009. T. 48. № 1. С. 102–133.
- 4) Preciado V. M., Tahbaz-Salehi A., Jadbabaie A. On asymptotic consensus value in directed random networks // 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC). IEEE, 2010. С. 7493–7498.
- 5) Proskurnikov A. V., Tempo R. A tutorial on modeling and analysis of dynamic social networks. Part II // Annual Reviews in Control. 2018. T. 45. С. 166–190.
- 6) Tahbaz-Salehi A., Jadbabaie A. A necessary and sufficient condition for consensus over random networks // IEEE Transactions on Automatic Control. 2008. T. 53. № 3. С. 791–795.