

О сильных решениях СДУ с диагональными матрицами диффузии

Научный руководитель – Веретенников Александр Юрьевич

Ляппиева Анастасия Андреевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: anastasiia.liappieva@math.msu.ru

<p>В работе исследуется вопрос о сильной единственности решения многомерного стохастического дифференциального уравнения (СДУ) вида

$$dX_t = \sigma(X_t)dW_t + b(X_t)dt, \quad X_0 = x, \quad X_t \in \mathbb{R}^d,$$

с диагональной матрицей диффузии $\sigma = \text{diag}(\sigma_{11}(x^1), \dots, \sigma_{dd}(x^d))$. Предполагается, что снос допускает декомпозицию $b(x) = b_0(x) + b_1(x)$, где «плохая» часть b_0 зависит только от пространственных переменных по координатам ($b_0^i = b_0^i(x^i)$) и измерима по Борелю, а «хорошая» часть b_1 и диффузия σ удовлетворяют условиям регулярности в смысле Ямады-Ватанабе с модулями непрерывности ρ_b и ρ_σ соответственно, для которых выполняются известные интегральные условия расходимости:

$$\int_{0+} \rho_b^{-1}(s) ds = +\infty, \quad \int_{0+} \rho_\sigma^{-2}(s) ds = +\infty.$$

Актуальность задачи обусловлена классическими результатами А. К. Звонкина для одномерного случая и трудностями обобщения на многомерные ситуации при наличии негладких коэффициентов. Основной результат работы показывает, что при сделанных предположениях уравнение имеет единственное сильное решение. Доказательство опирается на замену переменных: для каждой координаты строится функция $u^i(x^i)$, обращающая в нуль оператор $L^i = \frac{1}{2}(\sigma_{ii})^2 \partial_{x^i}^2 + b_0^i \partial_{x^i}$. Преобразованный процесс $\xi_t = u(X_t)$ удовлетворяет СДУ

$$d\xi_t^i = \hat{b}^i(\xi_t) dt + \hat{\sigma}_{ii}(\xi_t) dW_t^i,$$

где новые коэффициенты \hat{b} и $\hat{\sigma}$ уже обладают модулями непрерывности, допускающими применение локализованной версии теоремы Ямады-Ватанабе. Таким образом, установлен новый результат о сильной единственности для многомерного СДУ с невырожденной диффузией и частично нерегулярным сносом. </p>

Источники и литература

- 1) Веретенников А.Ю. О сильных решениях и явных формулах для решений стохастических интегральных уравнений Матем. сб. 111(153) 3 1980 434–452 <http://mi.mathnet.ru/sm2601> англ. пер.: On strong solutions and explicit formulas for solutions of stochastic integral equations Math. USSR-Sb. 39 3 1981 387–403 <https://doi.org/10.1070/SM1981v039n03ABEH001522>
- 2) Звонкин А.К. Преобразование фазового пространства диффузионного процесса, уничтожающее снос Матем. сб. 1974 93(135) 1 129–149 <https://www.mathnet.ru/rus/sm2963>
- 3) Yamada T., Watanabe S. On the uniqueness of solutions of stochastic differential equations J. Math. Kyoto Univ. 11 1 1971 155–167 <https://doi.org/10.1215/kjm/1250523691>