Секция «19.8 Дискретная математика и математическая кибернетика»

Проблема полноты линейных дефинитных автоматов

Научный руководитель – Часовских Анатолий Александрович

Молдованов Илья Владимирович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра математической теории интеллектуальных систем, Москва, Россия

E-mail: jamfr-d@mail.ru

Задача распознавания полноты занимает важное место в теории функциональных систем, поскольку позволяет выявить алгоритмические и структурные границы выразимости рассматриваемых классов. Существенный интерес в этом отношении представляет множество конечных детерминированных автоматов $P_{\text{о.д.}}$, рассматриваемое относительно операций композиции и суперпозиции.

Для класса $P_{\text{о.д.}}$ относительно операции композиции существуют конечные полные системы. Множество $P_{\text{о.д.}}$ содержит континуальную систему K-предполных классов [2], а задача распознавания полноты конечных множеств является алгоритмически неразрешимой [3]. При этом относительно операции суперпозиции класс $P_{\text{о.д.}}$ не содержит конечных полных систем.

В связи с этим интерес представляет исследование подклассов автоматов. Для класса дефинитных автоматов существуют конечные полные системы относительно суперпозиции, однако задача распознавания полноты конечных подмножеств также алгоритмически неразрешима [1]. Для класса линейных автоматов над конечными полями выделены K-предполные классы и построен алгоритм распознавания K-полноты конечных подмножеств [5], в свою очередь конечные полные системы относительно суперпозиции в данном классе отсутствуют [6].

Особый интерес представляет класс линейных дефинитных автоматов, так как для него существуют конечные полные системы относительно суперпозиции.

Рассмотрим конечное поле из двух элементов E_2. Обозначим R_2 – множество формальных степенных рядов, построенных по последовательностям элементов из E_2, то есть

$$R_2 = \{\sum_{t=0}^{\infty} x(t)\xi^t \mid x(0), x(1), \cdots \in E_2\}.$$

Функция $f(x_1, x_2, \cdots, x_n) : R_2^n \to R_2$ – линейный дефинитный автомат $\iff \exists$ $u_0(\xi), u_1(\xi), \cdots, u_n(\xi),\ u_i(\xi) \in E_2[\xi]$ такие, что $\forall \alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n, \alpha_i \in R_2$, имеет место следующее равенство:

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n) = \sum_{i=1}^{n} u_i(\xi)\alpha_i + u_0(\xi).$$

В [4] получен критерий полноты конечнопорожденных подмножеств класса линейных дефинитных автоматов, содержащих нулевую константу, а также показана алгоритмическая разрешимость задачи проверки полноты подобных множеств.

Основной результат данной работы состоит в получении критерия полноты произвольных подмножеств класса линейных дефинитных автоматов. Кроме того, показано, что задача проверки полноты является алгоритмически разрешимой.

Источники и литература

1) Жук Д. В. О неразрешимости проблемы полноты для дефинитных автоматов // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. 2008. Т. 12. С. 211-228.
2) Кудрявцев В. Б. О мощностях множеств предполных классов некоторых функциональных систем, связанных с автоматами // ДАН СССР. 1963. Т. 151, № 3. С. 493-496.
3) Кратко М. И. Алгоритмическая неразрешимость проблемы распознавания полноты для конечных автоматов // ДАН СССР. 1964. Т. 155.
4) Молдованов И.В. Алгоритмическая разрешимость задачи полноты конечных содержащих константу ноль множеств в классе линейных дефинитных автоматов. Чебышевский сборник. 2025;26(5):137-157.
5) Часовских А. А. Проблема полноты в классах линейных автоматов // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. 2018. С. 151-153.
6) Часовских А. А. Линейно-автоматные функции с операциями суперпозиции // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2013. Т. 8 С. 3-13.