

Построение криволинейных неструктурированных сеток высокого порядка с использованием технологии CUDA

Научный руководитель – Левин Владимир Анатольевич

Скомаровский Михаил Антонович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра вычислительной механики, Москва,
Россия

E-mail: mikhail.skomarovskii@math.msu.ru

Метод спектральных элементов (МСЭ) эффективен для решения задач механики деформируемого твердого тела благодаря применению полиномов высоких порядков, что обеспечивает экспоненциальную сходимость [1] на гладких решениях. Так как расчетная сетка в МСЭ остается крупной, для снижения геометрической ошибки используется изопараметрический подход с точным искривлением граничных элементов согласно форме тела.

Задача генерации корректных криволинейных сеток высокого порядка для произвольной геометрии остается открытой. Широко применяемый апостериорный алгоритм строит линейную сетку с последующей проекцией граничных узлов на САД-модель [3,4,5]. При аппроксимации сложных границ на грубых сетках это часто приводит к самопересечениям и появлению отрицательных якобианов. В связи с этим требуется глобальная корректировка положения внутренних узлов сетки.

В работе реализован комплексный подход к построению сеток. На первом этапе для оптимального нанесения узлов Гаусса-Лежандра-Лобатто на САД-кривые используется «пружинная аналогия» — минимизация потенциальной энергии фиктивных пружин с помощью алгоритма BFGS [4]. Для устранения самопересечений применена нелинейно-упругая аналогия, где исходная сетка рассматривается как деформируемое тело. В отличие от пакета NekMesh [3], решающего для распараллеливания набор локальных задач, в данной работе впервые для коррекции пространственного положения узлов применен метод динамической релаксации. Он позволяет решать глобальную задачу нелинейной теории упругости с высокой эффективностью параллельных вычислений.

Разработан вычислительный модуль на языке C++ для генерации сеток, расчеты в котором распараллелены на видеокарте с помощью технологии CUDA [2]. Созданный программный комплекс внедрен в МСЭ-решатель, поддерживающий анализ геометрически и физически нелинейных задач статики, явной динамики и модального анализа.

Тестирование на задачах с криволинейной геометрией показало, что сходимость с погрешностью менее 1 процента достигается при значительно меньшем числе степеней свободы по сравнению с классическим МКЭ. Это существенно экономит ресурсы в задачах, требующих многократного решения СЛАУ и выполнения матричных операций (нелинейная статика, модальный анализ, явная динамика). Благодаря эффективному распараллеливанию на GPU затраты времени на само построение сетки оказались несущественными по сравнению с основным периодом решения задачи.

Источники и литература

- 1) Bernardi C., Maday Y. Approximations spectrales de problemes aux limites elliptiques. Paris: Springer, 1992.

- 2) CUDA Toolkit Release Notes. URL: <https://docs.nvidia.com/cuda/cuda-toolkit-release-notes/index.html>
- 3) Green M.D., Kirilov K.S., Turner M., Marcon J., Eichstädt J., Laughton E., Cantwell C.D., Sherwin S.J., Peiro J., Moxey D. NekMesh: An open-source high-order mesh generation framework // Computer Physics Communications. 2024. Vol. 298.
- 4) Sherwin S.J., Peiró J. Mesh generation in curvilinear domains using high-order elements // Int. J. Numer. Methods Eng. 2002. Vol. 53(1). P. 207-223.
- 5) Xie Z.Q., Sevilla R., Hassan O., Morgan K. The generation of arbitrary order curved meshes for 3D finite element analysis // Computational Mechanics. 2013. Vol. 51(3). P. 361-374.