

**О КВАЗИСТЕПЕНЯХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН,
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОТОРЫХ ЯВЛЯЮТСЯ
МАСШТАБНЫМИ СМЕСЯМИ НОРМАЛЬНЫХ ЗАКОНОВ**

Иванов Михаил Алоизович

Аспирант

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: ivanovma1@my.msu.ru

Научный руководитель — Королёв Виктор Юрьевич

В докладе рассмотрены квазистепенные распределения, полученные из масштабных смесей нормальных распределений. Напомним понятие квазистепенного нормального распределения, введённого в работе [3]. Пусть случайная величина X имеет стандартное нормальное распределение. Тогда распределение следующей случайной величины называется квазистепенным нормальным с показателем $\gamma > 0$:

$$X_\gamma = g(X, \gamma), \quad g(x, \gamma) = \text{sign}(x)|x|^\gamma. \quad (1)$$

Известно, что при $\gamma \geq 1$ распределение X_γ является масштабной смесью нормальных распределений: $X_\gamma = A_\gamma \circ X$, где распределение A_γ указано в [1], а \circ означает произведение независимых случайных величин.

В работе исследованы свойства квазистепенных распределений вида $Y_\gamma = g(Y, \gamma)$, где распределение случайной величины Y – произвольная масштабная смесь нормальных распределений: $Y = Q_Y \circ X$. Распределение величины Y_γ названо квазистепенным смешанным нормальным. Доказаны в т.ч. следующие теоремы.

Теорема 1. Пусть $\gamma \geq 1$. Тогда квазистепенные смешанные нормальные распределения представимы в виде масштабных смесей нормальных распределений: $Y_\gamma \stackrel{d}{=} Q_Y^\gamma \circ A_\gamma \circ X$.

Как показывает следующая теорема, в отдельных случаях распределение Y_γ представимо в виде масштабной смеси даже при $\gamma \in (0, 1)$.

Теорема 2. Пусть $\gamma \in (0, 1)$, а также $Y = W \circ |X'|^{1/\gamma} \circ X$, где X и X' независимы и имеют стандартное нормальное распределение, а $W > 0$ – произвольная случайная величина. Тогда распределение величины $Y_\gamma = g(Y, \gamma)$ представимо в виде масштабной смеси нормальных распределений: $Y_\gamma \stackrel{d}{=} (|X| \circ W)^\gamma \circ X'$.

При $\gamma \geq 2$ квазистепенные смешанные нормальные распределения обладают следующим свойством.

Теорема 3. Пусть $\gamma \geq 2$. Тогда распределение величины Y_γ – масштабная смесь распределений Лапласа и согласно [2] безгранично делимо.

Литература

1. Хомутов, Ю.К. Об условиях представления вероятностных распределений в виде масштабных смесей с заданными ядрами // Теория вероятностей и её применения. 2025 (в печати).
2. Goldie С.М. A class of infinitely divisible random variables // Math. Proc. Cambridge Philos. Soc., №63, 1967, 1141–1143.
3. Korolev V., and Zeifman A. Quasi-Exponentiated Normal Distributions: Mixture Representations and Asymmetrization // Mathematics 11, №17, 2023, 3797. <https://doi.org/10.3390/math11173797>.