

О некоторых топологических свойствах пространств непрерывных функций

Керимов Аслан Эльдар

Студент (бакалавр)

Бакинский филиал Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова,
Факультет прикладной математики, Баку, Азербайджан
E-mail: aslanker18@gmail.com

Пространства непрерывных функций являются одним из центральных объектов функционального анализа и общей топологии [1]. В данной работе исследуются топологические свойства пространства $C = C[0, 1]$ непрерывных функций на отрезке, снабжённого топологией поточечной сходимости τ_p , базу которой составляют множества вида $\{f \in C : f(x_i) \in O_i, i = 1, \dots, n\}$, где $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$ и O_i — открытые интервалы в \mathbb{R} .

Хорошо известны две метризуемые топологии на множестве $C = C[0, 1]$: топология τ_p , порождённая метрикой равномерной сходимости $\rho(f, g) = \sup |f(x) - g(x)|$, и топология τ_σ , порождённая интегральной метрикой $\sigma(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$. Эти две топологии топологически неэквивалентны. Также эти топологии топологически неэквивалентны топологии поточечной сходимости, поскольку пространство (C, τ_p) не метризуемо.

Показывается, что пространство (C, τ_p) не только не метризуемо, но даже не является образом метризуемого пространства ни при открытом, ни при замкнутом отображении.

Теорема 1. *Не существует непрерывного открытого отображения метризуемого пространства на (C, τ_p) .*

Теорема 2. *Не существует непрерывного замкнутого отображения метризуемого пространства на (C, τ_p) .*

Список литературы

- А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. *Элементы теории функций и функционального анализа*. М.: Наука, 1976.
Дж. Окстоби. *Мера и категория*. М.: Мир, 1974.
Р. Энгелькинг. *Общая топология*. М.: Мир, 1986.