

## О варианте специального вида для интервальных раскрасок ребер графа.

*Шукюрлю Сахиб Эльдар оглу*

*Студент (бакалавр)*

Бакинский филиал Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова,  
Факультет прикладной математики, Баку, Азербайджан  
*E-mail: shukurlu.sahib2006@mail.ru*

Теория графов — это один из активно развивающихся разделов дискретной математики [2]. Она широко используется на практике, например, в логистике, при проектировании интегральных схем, разработке сетевых протоколов и распределении ресурсов. Одной из известных задач в этой области является задача раскраски графа [3, 4].

Для формализации задачи введем необходимые определения и обозначения, которые будут использоваться далее.

Основные понятия и система обозначений в курсовой работе опираются на классическое изложение теории графов [1].

**Определение.** Петля - это ребро, которое соединяет вершину саму с собой.

**Определение.** Пусть  $G = (V, E)$  - произвольный граф без петель. Степенью вершины  $v \in V$  (обозначается как  $\deg(v)$ ) называется количество ребер, инцидентных данной вершине. Максимальную степень среди степеней всех вершин графа будем обозначать через  $\xi(G)$ :

$$\xi(G) = \max_{v \in V} (\deg(v))$$

Предполагается, что множество цветов отождествляется с множеством натуральных чисел  $\mathbb{N}$ , то есть цвета полагаются занумерованными натуральными числами. Такие цвета называются занумерованными.

**Определение.** Реберной раскраской занумерованными цветами графа  $G = (V, E)$  называется отображение, сопоставляющее каждому ребру  $e \in E$  некоторый занумерованный цвет.

Через  $c(e)$  будем обозначать номер цвета ребра  $e$ , в данной раскраске.

В курсовой работе исследуются реберные раскраски, удовлетворяющие следующим специфическим ограничениям.

Реберную раскраску графа будем называть степенной, если для любых двух смежных ребер  $e', e''$  с общей вершиной  $v$ , разница между номерами их цветов по модулю не меньше, чем степень их общей вершины:

$$|c(e') - c(e'')| \geq \deg(v)$$

Для любого графа  $G$  без петель обозначим через  $\chi(G)$  минимальное возможное значение для максимальных номеров цветов ребер в всевозможных степенных реберных раскрасках графа  $G$ . Число  $\chi(G)$  будем называть степенным реберным хроматическим числом графа  $G$ .

Степенная реберная раскраска графа  $G$  называется оптимальной, если максимальный номер цвета, использованного в ней, равен  $\chi(G)$ .

**Определение.** Деревом называется связный неориентированный граф, не содержащий циклов.

**Постановка задачи.** Пусть  $G$  - произвольное дерево. Требуется определить  $\chi(G)$  и построить оптимальную реберную раскраску для  $G$ .

В данной работе получено полное решение поставленной задачи.

**Теорема.** Для любого дерева  $G$  выполняется:

$$\chi(G) = \xi^2(G) - \xi(G) + 1$$

Кроме того, в работе предложен алгоритм построения оптимальной реберной раскраски для любого заданного дерева.

## Список литературы

Р. Уилсон. *Введение в теорию графов*. Издательство ООО «Диалектика», 2019.

Ф. Харари. *Теория графов*. Издательство «Мир», 1973.

Jensen T. R., Toft B. *Graph Coloring Problems*. New York: John Wiley & Sons, 1995.

R.M.R. Lewis. *Guide to Graph Colouring*. Springer International Publishing, 2016.