

**Сходимость почти всюду орторекурсивных разложений по системе типа
Фабера-Шаудера**

Научный руководитель – Лукашенко Тарас Павлович

Степанянц Петр Суренович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математического анализа, Москва,
Россия

E-mail: petstep18@gmail.com

Орторекурсивные разложения, введенные Т.П. Лукашенко [1], являются обобщением ортогональных разложений, сохраняющим основные свойства ортогональных разложений.

Орторекурсивное разложение элемента f из линейного пространства H со скалярным произведением по не более чем счетной системе ненулевых элементов $\{e_k\}_{k \in \mathbb{N}} \subset H$ осуществляется следующим образом:

- 1) Положим $r_0 = f$.
- 2) Если задан остаток приближения $r_{n-1} \in H$, $n \in \mathbb{N}$ и элемент e_n , то положим
$$\hat{f}_n = (r_{n-1}, e_n) \|e_n\|^{-2}, r_n = r_{n-1} - \hat{f}_n e_n.$$

Ряд $\sum_k \hat{f}_k e_k$ назовём орторекурсивным разложением элемента $f \in H$ по системе $\{e_k\}_{k \in \mathbb{N}}$.

Рассмотрим в качестве системы элементов $\{e_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ модификацию системы (см. [2]) Фабера-Шаудера. Классическая система Фабера-Шаудера является системой сжатий и сдвигов кусочно-линейной непрерывной функции. Модификация заключается в построении системы с половинными сдвигами. Орторекурсивные разложения непрерывных функций по данной модификации сходятся равномерно к исходной функции (см. [3]).

В представленной работе будут рассматриваться функции из $L_1[0; 1]$ и исследоваться вопросы о сходимости разложений почти всюду. В данном направлении известен результат В.В. Галатенко, Т.П. Лукашенко и В.А. Садовниченко о сходимости почти всюду орторекурсивных разложений функций из $L_2[0; 1]$ по системе сжатий и сдвигов [4]. Отметим, что описанная выше модифицированная система Фабера-Шаудера не является системой сжатий и сдвигов в чистом виде. Основным результатом настоящей работы является справедливость утверждения о сходимости почти всюду орторекурсивных разложений функций из $L_1[0; 1]$ по модифицированной системе Фабера-Шаудера.

Источники и литература

- 1) Лукашенко Т.П. О свойствах орторекурсивных разложений по неортогональным системам // Вестник Моск. ун-та, Сер. 1. Матем. Механ. 2001. No. 1. С. 6-10.
- 2) Faber G. Uber die Orthogonalfunktionen des Herrn Haar // Deutsche Mathematiker-Vereinigung. 1910. V. 19. P. 104–112.
- 3) Степанянц П.С., Паунов А.К. Орторекурсивное разложение по модификации системы Фабера-Шаудера // Вестник Моск. ун-та, Сер. 1. Матем. Механ. 2023. No. 4. С. 15-22.
- 4) Galatenko V.V., Lukashenko T.P., Sadovnichiy V.A. Convergence Almost Everywhere of Orthorecursive Expansions in Systems of Translates and Dilates // Modern Mathematics and Mechanics. 2019. P. 3-11.