Секция «Логика»

Семантическое построение интервальной субъективной логики

Научный руководитель – Зайцев Дмитрий Владимирович

Константинов Александр Сергеевич

Студент (бакалавр)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Философский факультет, Кафедра логики, Москва, Россия

E-mail: alexandr.konstantinov2000@gmail.com

Проблематика субъективной логики заключается в том, что ситуации с недостаточной информацией о наступлении случайных событий стоит отделить от ситуаций, когда нам точно известна вероятность события.

Таким образом, мы находим два уровня неопределённости: неопределённость первого порядка (событие само по себе является случайным или с неопределённым исходом) и неопределённость второго порядка (наше знание о ситуации является неполным, содержит долю неопределённости).

В связи с этим возникает замечательная конструкция, базирующаяся на факте [2]:

$b_x + d_x + u_x = 1$

Где b_x - мера уверенности, d_x - мера неуверенности, u_x - мера неопределённости относительно некоторого события (истинности утверждения) x.

Упорядоченную тройку $\omega_x = (b_x,\ d_x,\ u_x)$ этих элементов относительно одного события (пропозиции) будем называть мнением, следуя Э. Йосангу [3]. Расширение трёхзначного подхода до четырёхзначного было сделано Д. М. Данном в [1].

Чтобы получить мнения о сложных высказываниях с конъюнкциями и отрицаниями Э. Йосанг ограничивается только «независимыми мнениями», то есть мнениями, в которых высказывания независимы друг от друга. Д. М. Данн аналогично задаёт алгебраические условия для сложных мнений.

Пользуясь фактом независимости и отсюда вытекающим условием о том, что вероятность конъюнкции независимых событий равна произведению вероятности этих событий, Э. Йосанг и Д. М. Данн задают условия для сложных высказываний. Но добиться независимости событий и высказываний достаточно трудно, так как это особые, сложно выполнимые условия.

Чтобы преодолеть недостатки построений Э. Йосанга и модификации Д. М. Данна, предлагается оценивать меры уверенности, неуверенности и неопределённости не в виде конкретного числа, а в виде численного интервала (отрезка).

Следовательно, следует трансформировать определение мнения, сделав его интервальным мнением.

$\omega_x = ([n_1,\ n_2],\ [n_3,\ n_4],\ [n_5,\ n_6])$

Где $n_1,\ n_2,\ n_3,\ n_4,\ n_5,\ n_6$ - действительные числа отрезка $[0,\ 1]$.

Оно означает, что «мера уверенности лежит в отрезке от n_1 до n_2, мера неуверенности лежит в отрезке от n_3 до n_4, мера неопределённости лежит в отрезке от n_5 до n_6».

Для придания значения такому высказыванию следует построить семантику.

Она строится следующим образом: строится язык L, в котором формулировка интервального мнения является формулой, затем вероятностное пространство переопределяется $(W,\ H,\ p)$, что W - множество трёхзначных оценок, H - сигма-алгебра на множестве W, p - вероятностная мера. Его назовём трёхзначным вероятностным пространством.

Расширив упорядоченную тройку до четвёрки $(W,\ H,\ p,\ I)$, добавляя интерпретирующую функцию I, получаем вероятностную структуру [4].

На такой упорядоченной четвёрке мы можем задать условия истинности следующих формул $b_x \geqslant n_1$, $b_x \leqslant n_2$, $d_x \geqslant n_3$, $d_x \leqslant n_4$, $u_x \geqslant n_5$, $u_x \leqslant n_6$, которые читаются как «мера уверенности больше или равна n_1», «мера уверенности меньше или равна n_2» и т. д.

Конъюнкция таких шести условий даёт возможность определить условия истинности интервального мнения.

Далее можно доказать, что для всякой пропозициональной формулы сумма мер уверенности, неуверенности, неопределённости равна единице.

Следовательно, это будет означать, что во всяком трёхзначном вероятностном пространстве упорядоченная тройка мер уверенности, неуверенности и неопределённости является ничем иным, как мнением, которое было определено ранее.

Источники и литература

1) Dunn J. M. Contradictory information: Too much of a good thing //Journal of Philosophical Logic. – 2010. – Т. 39. – №. 4. – С. 425-452.
2) Jøsang A. Artificial reasoning with subjective logic //Proceedings of the second Australian workshop on commonsense reasoning. – Perth: [sn], 1997. – Т. 48. – С. 34.
3) Jøsang A. Subjective logic. – Cham: Springer, 2016. – Т. 3.
4) Ognjanović Z., Rašković M., Marković Z. Probability logics // Logic in computer science. – 2009. – С. 35-111.