Секция «Вычислительная механика»

Большие деформации цилиндрического гипоупругого тела, составленного из предварительно деформированных слоёв

Бирюков Данила Русланович
Аспирант
Тульский государственный университет, Тула, Россия
E-mail: danilabirukov@rambler.ru

<div>В работе рассматривается многослойный стержень, формируемый последовательным присоединением n цилиндрических слоёв к предварительно деформированному включению. Указанное включение на каждом этапе состоит из слоёв, которые были присоединены на предыдущих этапах. На каждом из этапов, соответствующих присоединению очередного $i-$ого слоя, стержень подвергается на протяжении отрезка времени $\left[t_1^{(i-1)}; t_0^{(i)}\right]$ растяжению в радиальном направлении в сочетании со сжатием в осевом направлении, а затем на протяжении отрезка времени $\left[t_0^{(i)}; t_1^{(i)}\right]$ кручению. После этого к стержню присоединяется очередной изначально не деформированный цилиндрический слой. Требуется определить осевую силу и крутящий момент в сформированном в результате цилиндре.</div> <div>nbsp;</div> <div>В качестве уравнений состояния принимается модель гипоупругости вида $D(\mathbf{S}) = 2G\mathbf{V}$, $\ = -p\mathbf{I}+\mathbf{S}$, где $\mathbf{I}$ – единичный тензор; $\mathbf{S}$ – девиатор тензора напряжений; G – модуль сдвига; p – неопределённая скалярная функция (давление), выражающая среднее по координатам напряжение; $\mathbf{V}$ – тензор скоростей деформации; – тензор напряжений Коши; $D(\mathbf{S}) = \dot{\mathbf{S}} - \dot{\mathbf{Q}}\bullet\mathbf{Q}^T\bullet\mathbf{S} + \mathbf{S}\bullet\dot{\mathbf{Q}}\bullet\mathbf{Q}^T$ – объективная коротационная производная (производная Динса); $\mathbf{Q}$ – тензор поворота (из полярного разложения аффинора деформаций); $\dot{\mathbf{S}}$ – полная производная девиатора тензора напряжений по параметру нагружения; $\dot{\mathbf{Q}}$ – полная производная тензора поворота по параметру нагружения [1].</div> <div>nbsp;</div> <div>Для решения задачи требуется вычислить тензор напряжений. Общая идея алгоритма вычисления тензора описана в [1]. Девиатор напряжений $\mathbf{S}$ выражается через тензоры поворота $\mathbf{Q}$ и скоростей деформации $\mathbf{V}$ посредством неголономных тензорных мер деформации:</div> <div>

$$\mathbf{S}{=}2G\mathbf{E}^l = 2G\mathbf{Q}\bullet\mathbf{E}^r\bullet\mathbf{Q}^{\mathrm{T}} = 2G\mathbf{Q}\bullet\left(\mathbf{E}^r\big|_{t=0} + \int_0^t \mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\bullet\mathbf{V}\bullet\mathbf{Q}\,d\tau\right)\bullet\mathbf{Q}^{\mathrm{T}}$$

nbsp;</div> <div>nbsp;</div> <div>Уравнение равновесия цилиндра в проекции на радиальную ось позволяет вычислить скалярную функцию p, выражающую давление, или среднее по координатам напряжение. При этом учитывается, что давление на внешней поверхности последнего присоединённого слоя является нулевым. Тензор напряжений, как указано выше, определяется как</div> <div>

$$= -p\mathbf{I}{+}\mathbf{S}$$

nbsp;</div> <div>nbsp;</div> <div>Таким образом, определено распределение напряжений в составном стержне.</div> <div>nbsp;</div> <div>Обозначая радиус цилиндра после всех этапов деформации как R, запишем формулы для осевой силы N и крутящего момента M:</div> <div>

$$N = 2\pi\int_0^R \sigma_{zz} r\,dr$$

nbsp;</div> <div>

$$M = 2\pi \int_0^R r^2 \sigma_{\varphi z} dr$$

nbsp;</div> <div>nbsp;</div>

Источники и литература

1) Овчинникова Н.В. Задача о кручении гипоупругого несжимаемого материала // Математическое моделирование и экспериментальная механика деформируемого твердого тела: межвузовский сборник научных трудов / под ред. В.Г. Зубчанинова, А.А. Алексеева. Вып. 3. Тверь: Тверской государственный технический университет, 2020.С. 65-72