Секция «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Функция перманент на многомерных $(0, 1)$-матрицах

Научный руководитель – Гутерман Александр Эмилевич

Евсеев Илья Михайлович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Кафедра высшей алгебры, Москва, Россия

E-mail: illlya.e@yandex.ru

Перманент квадратной матрицы был впервые рассмотрен еще в работах Коши. Современное определение дано в работе [2].

Рассмотрим многомерные матрицы.

Определение 1. Пусть $n, k \in \mathbb{N}$, обозначим $I_n^k = \{(\alpha_1, \ldots, \alpha_k) | \alpha_i \in \{1, \ldots, n\}\}$ — множество индексов. *k-мерной матрицей A порядка n* называется массив чисел $(a_\alpha)_{\alpha \in I_n^k}, a_\alpha \in \mathbb{R}$.

Обобщения перманента на многомерные матрицы были предложены гораздо позже. Для того чтобы определить перманент многомерной матрицы, требуется определение диагонали, подробнее см. в [1].

В докладе будут рассмотрены многомерные матрицы с элементами из множества $\{0, 1\}$. Существуют значения, которые перманент не достигает на множестве таких матриц фиксированного порядка n и размерности k, причем они существенно зависят от параметров n и k. В то же время перманент трудно вычисляется. Поэтому интересно построение оценок для перманента. В частности, в данной работе изучается метод повышения размерности для получения таких оценок. Основным результатом является следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть $n \geq 3, k \geq 2$. Для любого целого числа l, $0 \leq l \leq 2^{n+2k-5}$, существует такая k-мерная $(0, 1)$-матрица A порядка n, что $per(A) = l$.*

Из этой теоремы и других полученных утверждений вытекает оценка границы подряд идущих четных значений перманента.

Доклад посвящается совместной работе с профессором А.А.Тараненко и научным руководителем профессором А.Э.Гутерманом.

Список литературы

[1] А. А. Тараненко, Перманенты многомерных матриц: свойства и приложения, дискретный анализ и исследование операций, 23, No 4. (2016) 35–101.

[2] A.E. Guterman, K.A. Taranin, On the values of the permanent of (0,1)-matrices, Linear Alg. Appl., 552 (2018) 256–276.