Секция «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Образующие алгебр инцидентности

Научный руководитель – Маркова Ольга Викторовна

Колегов Никита Антонович
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей алгебры, Москва, Россия
E-mail: na.kolegov@yandex.ru

Рассмотрим произвольный частичный порядок $\preceq$ на множестве натуральных чисел $\mathcal{N} = \{1, \ldots, n\}$. Пусть $\mathbb{F}$ – некоторое поле. Матричной алгеброй инцидентности [2, 3, 5] над $\mathbb{F}$ назовём линейную оболочку следующего множества матричных единиц размера $n \times n$

$$\mathcal{A} = \langle \{E_{ij} \mid i, j \in \mathcal{N},\ i \preceq j\} \rangle_{\mathbb{F}}\,.$$

В докладе будет рассматриваться вопрос исследования длины алгебры $\mathcal{A}$. Длина – это числовой инвариант алгебры, который показывает насколько длинные слова от образующих заведомо достаточно взять, чтобы их линейная оболочка совпала со всей алгеброй. Известно, что если $|\mathbb{F}| \geq n$, то длина любой матричной алгебры инцидентности равна $n-1$ [4]. Для полей малой мощности значение функции длины в общем случае неизвестно. На докладе будут представлены следующие результаты.

- Серия точных верхних оценок на длину матричных алгебр инцидентности. Оценки строятся на основе m-разбиений [1] частично упорядоченного множества $(\mathcal{N}, \preceq)$.
- Верхняя оценка длины матричных алгебр инцидентности, зависящая только от ширины w и высоты h частично упорядоченного множества $(\mathcal{N}, \preceq)$. Показано, что для любой пары значений (w, h) найдется такое n и такая матричная алгебра инцидентности порядка n, что оценка достигается. Из оценки следует, что длина любой алгебры инцидентности над конечным полем является $O(h \cdot \log w)$ при $w + h \to +\infty$.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Марковой Ольге Викторовне за полезные обсуждения и внимание к работе.

Источники и литература

1) G. Agnarsson, On multipartite posets, Discrete Math., Vol. 308, 2008, pp. 5284–5288.
2) N.A. Kolegov, O.V. Markova, Systems of generators of matrix incidence algebras over finite fields, J. Math. Sci., Vol. 240, 2019, pp. 783–798.
3) W.E. Longstaff, P. Rosenthal, Generators of matrix incidence algebras. Australas. J. Combin., Vol. 22, 2000, pp. 117–121.
4) O.V. Markova, Length computation of matrix subalgebras of special type. J. Math. Sci., Vol. 155, 2008, pp. 908–931.
5) E. Spiegel, C.J. O'Donnel, Incidence algebras. Pure and Applied Mathematics, A series of Monoggraphs and Textbooks, Marcel Dekker, 1997.