Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Разработка автоматизированной торговой системы с использованием методов математической статистики

Научный руководитель – Дойников Александр Николаевич

Успенский Михаил Сергеевич

Студент (бакалавр)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Кафедра математической статистики, Москва, Россия

E-mail: uspenskiy.mikhail77@inbox.ru

В настоящем докладе рассматривается применение методов алгоритмической торговли к одному из популярных видов трейдинга, а именно — парному трейдингу, который использует факт наличия корреляции между торгуемыми финансовыми инструментами. В качестве математического аппарата используется Метод Главных Компонент (Principal Component Analysis, PCA), используемый во многих прикладных областях для снижения размерности данных с наименьшей потерей информации.

Главная идея PCA — ввести новый набор координат в признаковом пространсве (здесь и далее этот набор будет называться факторами или главными компонентами) который будет отражать большую часть дисперсии исходных данных. Для факторов должны быть выполнены предположения:

- количество факторов должно быть намного меньше размерности исходного пространства;
- факторы должны быть некоррелированы;

Рассмотрим вектор доходностей:

$$R = \begin{bmatrix} R_1, & R_2, & \dots & R_N \end{bmatrix}^T,$$

где N — число торгуемых активов. Ковариационную матрицу можно записать в виде:

$$V = \mathbb{E}\left[(R-\mu)(R-\mu)^T\right].$$

Матрица V является симметрической неотрицательно определенной матрицей, поэтому для нее справедливо представление:

$$V = \mathbb{E}\left[(R-\mu)(R-\mu)^T\right] = QDQ^T,$$

где Q — ортогональная матрица, столбцы которой являются собственными значениями V, а D — диагональная матрица с соответствующими собственными значениями на главной диагонали. Без ограничения общности предположим, что они упорядочены: $\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_N$. Ввиду сделанных предположений можно ввести факторы f:

$$f = Q^T(R-\mu)$$

для которых справедливо:

$$\mathbb{E}\left[ff^T\right] = D.$$

Получаем, что факторы f некоррелированы. Ожидается, что только несколько собственных значений матрицы V являются значимыми. Предположим, что вклад лишь первых m собственных значений является существенным. Можно заменить матрицу D на матрицу $\tilde{D}$, которая является диагональной матрицей $m \times m$, на главной диагонали которой стоят первые m собственных значений, где $m \ll N$. Таким образом исходную ковариационную матрицу можно представить в виде:

$$\tilde{V} = Q \begin{bmatrix} \tilde{D} & \\ & 0 \end{bmatrix} Q^T.$$

Данный метод имеет широкое применение в статистическом арбитраже. В докладе демонстрируется применение описанной модели к данным реальных торгов. Такая торговая стратегия позволила получить доходность, существенно превышающую безрисковую процентную ставку. Эффективность реализации модели с заданными гиперпараметрами оценивалась при помощи общепринятых коэффициентов Шарпа и MAR.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Дойникову А.Н. за постановку задачи и внимание к работе.

Источники и литература

1) Pole A. 2007 *Statistical Arbitrage: Algorithmic Trading Insights and Techniques* (Wiley Finance: New York).
2) Avellaneda M. and Lee J. H. (2010) *Statistical Arbitrage in the US Equities Market*, Quantitative Finance, 10:7, 761-782.