

Топология слоения Лиувилля бильярда в параболе.**Научный руководитель – Ведюшкина Виктория Викторовна*****Зайцева Анастасия Владимировна****Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
 Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и
 приложений, Москва, Россия
E-mail: AnastasiaZay12@mail.ru

Математический бильярд — это динамическая система, описывающая движение материальной точки внутри замкнутой ограниченной области с некоторым законом отражения на границе.

В работе [1] был проведен топологический анализ бильярда внутри параболической области, при этом бильярдный шар движется свободно прямолинейно.

Рассмотрим теперь такой бильярд, но с добавленным гравитационным потенциалом. А именно, бильярд задан в области, ограниченной параболой из семейства софокусных парабол. На шар действует потенциал $V = gy$. Сила тяжести направлена перпендикулярно директрисам парабол. Гамильтонианом этой системы является:

$$H = \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2} + gy;$$

а дополнительным первым интегралом:

$$G = \dot{x}(xy - \dot{x}y) + \frac{gx^2}{2}.$$

Более того, такой бильярд допускает разделение переменных Харламова [2]. Выразим значения функций через λ_1 и λ_2 и импульсы μ_1 и μ_2 .

Теорема. Формулы разделения переменных имеют следующий вид:

$$\mu_1 = \frac{2\dot{\lambda}_1(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1}, \mu_2 = \frac{2\dot{\lambda}_2(\lambda_2 - \lambda_1)}{\lambda_2}$$

В работе И.Ф.Кобцева [3] был рассмотрен бильярд внутри эллипса с потенциалом Гука. Также в этой работе сравниваются эллиптический бильярд в классическом прямолинейном случае и в случае с потенциалом. Проведем аналогичное сравнение нашей системы и такой же прямолинейной системы. А именно, используя метод Харламова, опишем слоения Лиувилля в терминах инвариантов Фоменко—Цишанга.

В докладе будут приведены инварианты Фоменко (грубые молекулы) для некоторых изоэнергетических многообразий Q_3 .

Источники и литература

- 1) Фокичева В.В. Топологическая классификация бильярдов в локально плоских областях, ограниченных дугами софокусных квадров, Матем. сб., 206:10 (2015), 127–176.
- 2) Харламов М.П. Топологический анализ и булевы функции: I. Методы и приближения к классическим системам // Нелинейная динамика, 2010, том 6, №4, с. 769–805.
- 3) Кобцев И.Ф. Эллиптический бильярд в поле потенциальных сил: классификация движений, топологический анализ, Матем. сб., 211:7 (2020), 93–120.