

О новом доказательстве гипотезы В.А. Васильева

Научный руководитель – Кудрявцева Елена Александровна

Трифонова Виктория Александровна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и
приложений, Москва, Россия

E-mail: trifonovaviktoriya2012@yandex.ru

Определение 1. *Крестовым графом* называется конечный связный 4-валентный граф, в каждой вершине которого фиксировано произвольное разбиение четырех исходящих из нее полуребер на две пары.

Определение 2. Крестовый граф называется *X-планарным*, если его можно изобразить без самопересечений на плоскости так, что при обходе вокруг каждой вершины полуребра из первой пары и полуребра из второй пары чередуются (т.е. проходятся в порядке 1212, а не 1122).

Пример *X*-планарного крестового графа показан на рис. 1а), а графы (рис. 1б)) и (рис. 1с)) планарны, но не *X*-планарны.

Определение 3. Общая вершина двух путей на крестовом графе, не имеющих общих ребер, называется *вершиной перекрестья*, если один из этих путей последовательно проходит по полуребрам из одной пары, выходящим из этой вершины, а второй путь последовательно проходит по полуребрам из другой пары.

Следующая теорема была предложена В.А. Васильевым в качестве гипотезы, впервые она была доказана В.О. Мантуровым. Нами получено новое доказательство этой теоремы с помощью первого критерия высотности атома (см. В.А. Трифонова [1]).

Теорема (В.О. Мантуров [2], критерий планарности графов с крестовой структурой). Крестовый граф *X*-планарен тогда и только тогда, когда он не содержит двух несамопересекающихся циклов без общих ребер, имеющих ровно одну вершину перекрестья.

Исследование выполнено при поддержке фонда «БАЗИС».

Источники и литература

- 1) В.А. Трифонова, Критерии высотности атома, Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем., мех. - 2020. - №3 - С. 12–24.
- 2) В.О. Мантуров, Доказательство гипотезы В.А. Васильева о планарности сингулярных зацеплений // Изв. РАН. Сер. матем. 2005. **69**, №5. С. 169–178.
- 3) А.А. Ошемков, Функции Морса на двумерных поверхностях. Кодирование особенностей // Новые результаты в теории топологической классификации интегрируемых систем, Сборник статей, Тр. МИАН, **205**, Наука, М. - 1994 - С. 131–140.

Иллюстрации

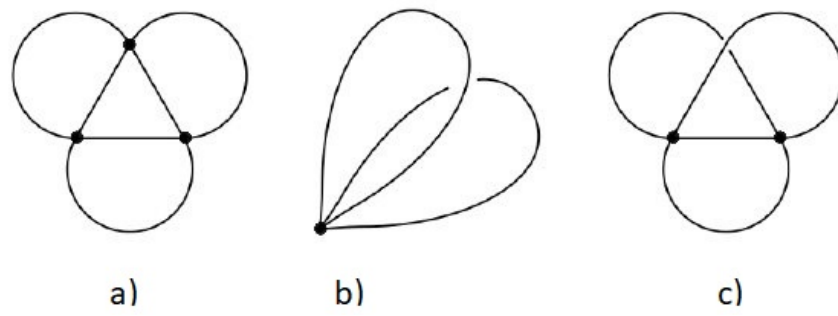


Рис. 1. Примеры X -планарного и не X -планарных крестовых графов