

Об объеме конического многообразия узла трилистник с мостом в евклидовой геометрии

Научный руководитель – Медных Александр Дмитриевич

Кутбаев Айдос Бакберген улы

Аспирант

Новосибирский государственный университет, Механико-математический факультет,
Новосибирск, Россия

E-mail: a.kutbaev@g.nsu.ru

Узлом называется вложение \mathcal{S}^1 (одномерной сферы) в трёхмерное евклидово пространство или в сферу.

В работе [1] разработана компьютерная программа для нахождения гиперболических структур на конических многообразиях. А в [2] разработаны технологии нахождения евклидовой структуры на узле восьмерка, работающие и для многих других типов узлов.

Рассмотрим узел трилистник с одним мостом, вложенный в трехмерную сферу. В данной работе мы находим евклидов объем конического многообразия данного узла. В [2] доказана теорема об объеме конического многообразия узла восьмерка с мостом. Следуя этой работе, мы найдем объем фундаментального множества узла \mathcal{Z}_1 с мостом в трехмерной евклидовой геометрии.

Пусть дан узел трилистник с мостом, его конический угол равен α , а конический угол моста равен γ . Обозначим его коническое многообразие через $\mathcal{Z}_1(\alpha, \alpha, \gamma)$. Тогда имеют место следующие утверждения

Теорема 1. Пусть $\alpha \in (\pi/3, \pi)$, а γ определен соотношением

$$\cos \gamma = \frac{1}{729} (521 + 1200 \cos \alpha - 2112 \cos^2 \alpha + 448 \cos^3 \alpha + 1920 \cos^4 \alpha - 1536 \cos^5 \alpha + 512 \cos^6 \alpha)$$

Тогда коническое многообразие $\mathcal{Z}_1(\alpha, \alpha, \gamma)$ моделируется в евклидовой геометрии.

Теорема 2. Пусть коническое многообразие $\mathcal{Z}_1(\alpha, \alpha, \gamma)$ моделируется в евклидовой геометрии. Тогда его нормированный объем равен величине

$$\frac{\sin^3 \theta}{48 \sin^4(\theta/2)},$$

где θ – угол скрещивания между осями вращений. При этом, имеет место следующее соотношение

$$2 - \cos \alpha - 3 \cos \theta + 3 \cos \alpha \cos \theta = 0.$$

Вышеприведенные результаты получены в совместной работе с группой молодых ученых из Томского и Новосибирского государственных университетов под руководством А. Д. Медных, А. В. Веснина и Н. В. Абросимова на Большой математической мастерской-2021.

Источники и литература

- 1) *D. Heard* Orb: a computer program for finding hyperbolic structures on 3-orbifolds and manifolds <http://www.ms.unimelb.edu.au/snap/orb.html>.
- 2) *A. D. Mednykh, D. Yu. Sokolova*. The existence of an Euclidian structure on the figure-eight knot with a bridge *Yakutian Math. J.*, Vol. 22, No. 4, 2015. P. 25-33.