

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Примеры моделирования вырожденных особенностей интегрируемых гамильтоновых систем бильярдными книжками

Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич

Kuznetsova Anastasia Andreyevna

Студент (специалист)

Lomonosov Moscow State University, Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия

E-mail: anastasiakuznecova0143@gmail.com

Известна интегрируемость бильярда в плоской области, ограниченной дугами софокусных квадрат семейства $(b - \lambda)x^2 + (a - \lambda)y^2 = (b - \lambda)(a - \lambda)$ для $0 < b < a$. В.В. Ведюшкина ввела новый важный класс интегрируемых бильярдных книжек, получающихся из плоских бильярдов их склейками вдоль граничных ребер, с указанием перестановок, диктующих правила перехода бильярдного шара с одного листа бильярда на другой [1-2]. Такие столы-комплексы можно понимать и как плоские многослойные бильярды. Слоения Лиувилля систем на них классифицируются инвариантами Фоменко-Цишанга, т.е. графами-молекулами с особенностями-атомами в вершинах и числовыми метками, задающими склейки граничных 2-торов этих особенностей друг с другом. Подробнее теория топологической классификации интегрируемых гамильтоновых систем, развитая А.Т.Фоменко и его соавторами, описана в [3].

В программной работе [4] А.Т.Фоменко сформулировал гипотезу о моделировании произвольных интегрируемых систем подходящими бильярдами. В.В. Ведюшкиной и И.С. Харчевой удалось доказать, что произвольные невырожденные особенности слоения (боттовские 3-атома) и любая база слоения (граф с вершинами-атомами без меток) реализуются алгоритмически задаваемыми бильярдными книжками. Каждый боттовский 3-атом (типичная бифуркация регулярных торов Лиувилля) является произведением 2-базы на окружность, возможно, с факторизацией по \mathbb{Z}_2 .

Оказывается, гипотеза Фоменко справедлива и для некоторых гамильтоновых систем, чей интеграл не является боттовским на уровне энергии Q^3 , т.е. имеет вырожденные особенности. В нашей работе приведем примеры реализации бильярдными книжками бифуркаций слоений Лиувилля, 2-база которых содержит неморсовские мультиседла.

Теорема 1. *Рассмотрим бильярдные книжки, склеенные из трех листов A'_0 . В прообразе малой окрестности значения интеграла $\lambda = b$ такие столы моделируют тривиальное слоение — для двух столов, боттовский 3-атом B — для 12 столов, и неботтовские мультиседловые 3-атома для остальных 12 столов.*

Литература

1. *Ведюшкина В. В.* Интегрируемые бильярды на клеточных комплексах и интегрируемые гамильтоновы системы. Докт. дисс., МГУ, Москва, 2020.
2. *Фоменко А.Т., Ведюшкина В. В.* Бильярды и интегрируемость в геометрии и физике. Новый взгляд и новые возможности, Вестн. Моск. ун-та. Сер.1, 2019, 3, 15–25
3. *Болсинов А.В., Фоменко А.Т.* Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация, Т.1,2. Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика 1999.
4. *Ведюшкина В. В., Харчева И. С.* Бильярдные книжки реализуют все базы слоений Лиувилля интегрируемых гамильтоновых систем, Матем. сб., 212:8 (2021), 89-150
5. *Ведюшкина В.В., Харчева И. С.* Бильярдные книжки моделируют все трехмерные бифуркации интегрируемых гамильтоновых систем, Матем. сб., 209:12 (2018), 17–56