Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Численное решение задачи движения клетки

Научный руководитель – Шамаев Алексей Станиславович

Буклемишев Павел Олегович
Студент (бакалавр)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: pavel.buklemishev@gmail.com

Постановка задачи: Движение живых клеток было предметом обширных исследований в биологии, физике и в последнее время в математике. Живые клетки главным образом управляются динамикой цитоскелета. В работах была введена двумерная связанная модель, описываемая системой уравнений в частных производных в области подвижной области со свободной границей, для эукариотических клеток на субстратах [3-4]. Ключевыми компонентами этой модели являются закон Дарси для движения цитоскелета актомиозиновой жидкости (1) и граничные условия типа Хеле-Шоу (уравнение Юнга-Лапласа для давления)(3). Эволюция плотности миозиновых двигателей описывается уравнением адвекции-диффузии (2) и граничного условия непротекания (5). Наконец, предполагается непрерывность скоростей на границе (4).

$$\Delta\phi = \zeta\phi - m \tag{1}$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \nabla(m\nabla\phi) = \Delta m \tag{2}$$

$$\zeta\phi = \gamma\kappa + p_{eff}(|\Omega(t)|) \tag{3}$$

$$V_\nu = \partial_\nu\phi \tag{5}$$

$$\partial_\nu m = 0 \tag{4}$$

Здесь: t - время,ϕ - потенциал, описывающий распределений скоростей актомиозиновой жидкости, m - эффективная плотность миозиновых моторов, ζ - постоянная адгезии,ν - вектор нормали к границе. p_{eff} - эффективное давление, определяющееся как $p_{eff} = k_e \cdot (\frac{|\Omega_0(t)| - \Omega(t)}{\Omega_0(t)})$, где k_e - -коэффициент упругости, введенный в работах [5,6].

Численное решение: основываясь на работах[1,2], был использован метод Самарского для сеток с неравномерным шагом конечных разностей для построения численного алгоритма для уравнений, записанных в полярной системе координат.

Результаты: подвижной заменой координат задача сведена к краевой задаче с неподвижной границей, построена численная схема второго порядка, получены некоторые устойчивые решения, совпадающие с аналитическими с асимптотической ошибкой второго порядка.

Источники и литература

1 Самарский А.А., Вабищевич П.Н., Вычислительная теплопередача. УРСС. Москва. 2003 [2] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Однородные разностные схемы на неравномерных сетках. Журнал вычислительной математики и математической физики, Т.2, №5, с. 812-832. 1962

2 Самарский А.А., Вабищевич П.Н., Вычислительная теплопередача. УРСС. Москва. 2003 [2] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Однородные разностные схемы на неравномерных сетках. Журнал вычислительной математики и математической физики, Т.2, №5, с. 812-832. 1962

3 L. Berlyand, J. Fuhrmann, V. Rybalko Bifurcation of traveling waves in a Keller-Segel type free boundary model of cell motility, Commun. Math. Sci. 16 (2018), No. 3, 735-762.

4 L. Berlyand, V. Rybalko Stability of steady states and bifurcation to traveling waves in a free boundary model of cell motility, arXiv:1905.03667 [math.AP] (May 2019).

5 P. Recho, T. Putelat, and L. Truskinovsky. Contraction-driven cell motility, Phys. Rev. Lett., 111(10):108102, 2013.

6 P. Recho, T. Putelat, and L. Truskinovsky. Mechanics of motility initiation and motility arrest in crawling cells, Journal of Mechanics Physics of Solids, 84:469505, 2015.

Иллюстрации

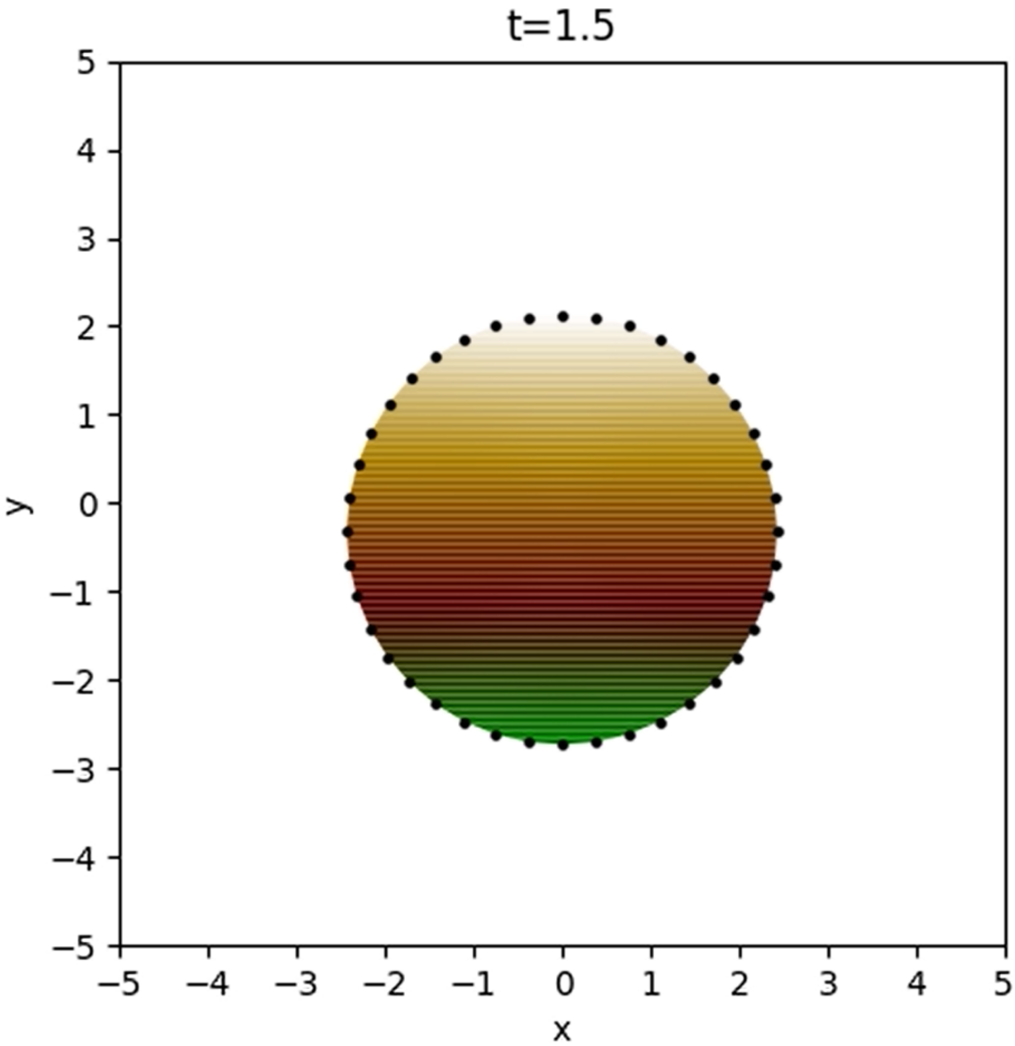

Рис. 1. Распределение миозина при устойчивом движении клетки(t =1.5).

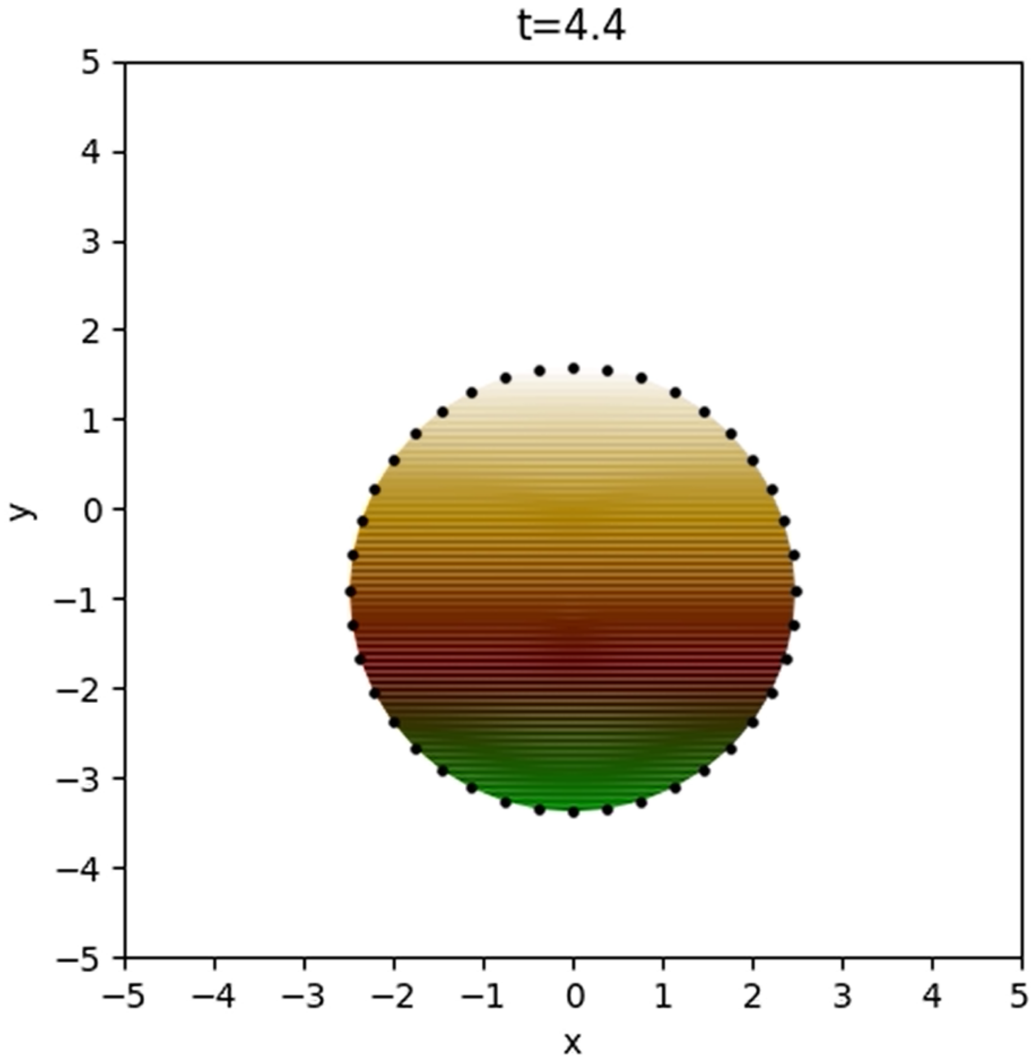

Рис. 2. Распределение миозина при устойчивом движении клетки(t =4.4).