

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Существование и единственность слабого решения двумерной задачи фильтрации в тонком пороупругом слое

Научный руководитель – Папин Александр Алексеевич

Гилев Павел Вячеславович

Студент (бакалавр)

Алтайский государственный университет, Математический факультет, Кафедра дифференциальных уравнений, Барнаул, Россия

E-mail: pavel.gilev.2000@mail.ru

Математическая модель двухфазной фильтрации в пороупругой среде описывается следующей системой уравнений [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial s_i \phi \rho_i^0}{\partial t} + \nabla \cdot (s_i \phi \vec{u}_i \rho_i^0) &= 0, & \frac{\partial (1 - \phi) \rho_3^0}{\partial t} + \nabla \cdot ((1 - \phi) \vec{u}_3 \rho_3^0) &= 0, \\ s_i \phi (\vec{u}_i - \vec{u}_3) &= -K_0(\phi) \frac{k_{0i}}{\mu_i} (\nabla p_i - \vec{g} \rho_i^0), & i = 1, 2, & \quad s_1 + s_2 = 1, \\ \nabla \cdot \vec{u}_3 &= -a_1(\phi) p_e - a_2(\phi) \left(\frac{\partial p_e}{\partial t} + \vec{u}_3 \cdot \nabla p_e \right), & p_2 - p_1 &= p_c(x, s_1), \\ p_e &= p_{tot} - (s_1 p_1 + s_2 p_2), & \rho_{tot} &= (1 - \phi) \rho_3^0 + \phi (s_1 \rho_1^0 + s_2 \rho_2^0), \\ \nabla p_{tot} + div \left(\eta (1 - \phi) \left(\frac{\partial \vec{u}_3}{\partial \vec{x}} + \left(\frac{\partial \vec{u}_3}{\partial \vec{x}} \right)^* \right) \right) &= -\rho_{tot} \vec{g}, \end{aligned}$$

где $s_i, p_i, \rho_i^0, \vec{u}_i$ - соответственно насыщенность, давление, истинная плотность и скорость i -той фазы, $K_0(\phi)$ тензор фильтрации, k_{0i} - коэффициенты проницаемости, μ_i, η - коэффициенты динамической вязкости жидких и твердой фаз соответственно, \vec{g} - вектор ускорения силы тяжести, ϕ - пористость, p_c - капиллярный скачок, $a_1(\phi)$ и $a_2(\phi)$ коэффициенты объемной вязкости и объемной сжимаемости соответственно, p_e, p_{tot} - эффективное и полное давление, ρ_{tot} - общая плотность. Данная модель является обобщением известной модели Маскета Леверетта [2]. В работе получено обобщенное решение начально-краевой задачи в приближении ячейки Хеле-Шоу и доказана его единственность.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ по теме «Современные методы гидродинамики для задач природопользования, промышленных систем и полярной механики» (номер темы: FZMW-2020-0008).

Источники и литература

- 1) Папин А.А., Подладчиков Ю.Ю. Изотермическое движение двух несмешивающихся жидкостей в пороупругой среде // Известия Алтайского государственного университета.-2015.- № 1-2(85). с. 131-140.
- 2) Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. Новосибирск, 1983.