

Гиперсингулярные интегралы на метрических пространствах в обобщённых пространствах Гёльдера с весами из класса Бари–Стечкина

Научный руководитель – Вакулов Борис Григорьевич

Дроботов Юрий Евгеньевич

Аспирант

Южный федеральный университет, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, Ростов-на-Дону, Россия

E-mail: yu.e.drobotov@yandex.ru

Пусть (X, d, μ) – произвольное метрическое пространство размерности N , где $d(\cdot)$ играет роль метрики, а μ – меры, и $\Omega \subset X$ – его ограниченное открытое множество. Настоящая работа рассматривает гиперсингулярные интегралы вида

$$D^\alpha f(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{y \in \Omega: d(x,y) > \varepsilon} \frac{f(y) - f(x)}{d^{N+\alpha}(x, y)} d\mu(y), \quad x \in \Omega, \quad 0 \leq \Re \alpha < 1, \quad (1)$$

исследуя их гладкостные характеристики, формализуемые в терминах весовых обобщённых пространств Гёльдера $H^{\omega(\cdot)}(\Omega, w)$.

Пространство $H^{\omega(\cdot)}(\Omega, w)$ определено условием на локальный модуль непрерывности произведения функций wf :

$$\omega_\Omega(wf, x, t) := \sup_{y \in \Omega: d(x,y) \leq t} |(wf)(x) - (wf)(y)| \leq A\omega(x, t), \quad A, t > 0, \quad (2)$$

или его минимальную мажоранту, обладающую свойствами модуля непрерывности; $H^{\omega(\cdot)}(\Omega, w)$ является банаховым относительно нормы

$$\|f\|_{H^{\omega(\cdot)}(\Omega)} := \|f\|_{C(\Omega, w)} + \sup_{x \in \Omega, h > 0} \frac{\omega_\Omega(f, x, h)}{\omega(x, h)}, \quad (3)$$

где $C(\Omega, w)$ обозначает пространство функций, непрерывных на Ω с весом w . Полагая последний элементом класса Бари–Стечкина, работа рассматривает условия ограниченности оператора (1) в терминах нормы (3) пространства $H^{\omega_\alpha(\cdot)}$, для чего используются оценки типа Зигмунда, предполагающие мажоранты некоторых интегральных конструкций модуля непрерывности (2) образа функции $f \in H^{\omega(\cdot)}(\Omega, w)$.

Представляемое исследование опирается на работы [1, 2], где были получены теоремы о действии оператора вида (1) переменного порядка $\alpha(x)$, $x \in \Omega$, определённого интегрированием по ограниченному открытому множеству Ω однородного квазиметрического пространства. При этом соответствующие теоремы были получены для пространств обобщённой гёльдеровости с конкретными весами вида $w(x) = \alpha(x)$ и $w(x) = \Re [\alpha(x)]$.

Исследование выполнено при финансовой поддержке внутреннего гранта Южного федерального университета № ВнГр-07/2020-04-ИМ (Министерство науки и высшего образования Российской Федерации).

Источники и литература

- 1) Вакулов Б. Г., Самко Н. Г., Самко Н. Г. Операторы типа потенциала и гиперсингулярные интегралы в пространствах Гёльдера переменного порядка на однородных пространствах // Изв. вузов Сев.-Кавк. регион. Естественные науки. Спецвыпуск, 2009. С. 40–45.

- 2) Samko N., Samko S., Vakulov B. Fractional integrals and hypersingular integrals in variable order Hölder spaces on homogeneous spaces // Journal of Function Spaces and Applications. 2010. Vol. 8. Number 3. Pp. 215–244.