

**ПОСТРОЕНИЕ ДИАГРАММЫ ВОРОНОГО ДЛЯ
САЙТОВ-МНОГОУГОЛЬНИКОВ НА ОСНОВЕ
АЛГОРИТМА ЗАМЕТАНИЯ**

Коттелов Дмитрий Андреевич

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: dimitar98@list.ru

Научный руководитель — Местецкий Леонид Моисеевич

Диаграмма Вороного (ДВ) конечного множества простых объектов, называемых сайтами, есть разбиение плоскости на локусы — области, в которых расстояние от всех точек до данного сайта не превосходит расстояния до других сайтов. В простом случае набор объектов представляет собой конечное множество точек. Более сложные модели используют в качестве сайтов различные геометрические примитивы: отрезки прямых линий, окружности и дуги окружностей. Мы рассматриваем случай, когда в качестве сайтов выступает набор непересекающихся многоугольников. Набор многоугольников является универсальной моделью для многих прикладных задач в технике, геоинформатике, дизайне, компьютерном зрении и графике.

Решение поставленной задачи выполняется на основе редукции — сведения к задаче построения ДВ произвольных непересекающихся отрезков, для которой существуют эффективные $O(n \log n)$ алгоритмы для n сайтов-отрезков. Предобработка состоит в построении множества сайтов из вершин и сторон многоугольников. Постобработка состоит в выделении рёбер полученной ДВ, образованных центрами пустых кругов, касающихся разных многоугольников.

Алгоритмы построения ДВ произвольных непересекающихся отрезков не учитывают два специфических свойства отрезков, полученных из многоугольников. Во-первых, все эти отрезки попарно соединяются в вершинах многоугольников. А во-вторых, по одну сторону каждого отрезка лежит внутренность многоугольника, которая заведомо входит в его локус. Использование этих свойств в алгоритме построения ДВ многоугольников является ресурсом для сокращения вычислений. В данном докладе представлен алгоритм прямого построения ДВ для набора сайтов-многоугольников. Алгоритм основан на парадигме плоского заметания, позволяющей эффективно учесть эти особенности.

Повышение эффективности предлагаемого алгоритма плоского

заметания по сравнению с общим алгоритмом Форчуна [1] достигается за счёт следующих принципиальных решений.

1. Алгоритм строит только те ребра ДВ, которые находятся с внешней стороны сайтов-многоугольников. Это достигается за счет того, что каждый отрезок имеет ориентацию. Таким образом, использование концепции ориентированных сайтов позволило избежать построения той части ДВ отрезков, которая находится внутри сайтов-многоугольников.
2. Перечень событий в методе плоского заметания имеет особенность, которая определяется спецификой построенного множества сайтов: подавляющее большинство событий связано с так называемыми проходными вершинами многоугольников, в которых одна из инцидентных им сторон лежит позади, а другая – впереди заметающей прямой. Предлагаемый алгоритм выполняет обработку таких событий за константное время, а не за логарифмическое, как в общем алгоритме Форчуна [1].

Предложенный алгоритм реализован в полном объеме и прошёл проверку на большом количестве примеров. Высокая надёжность и эффективность алгоритма также подтверждается вычислительными экспериментами со сложными множествами многоугольников, полученными в результате полигональной аппроксимации бинарных изображений, включающих несколько тысяч связных компонент.

Следует отметить, что, несмотря на значительное время, прошедшее после публикации алгоритма Форчуна [1] в 1986 году, и на большое число последовавших публикаций, полномасштабная реализация этого алгоритма для произвольного множества сайтов-отрезков не была сделана. Разработанный нами алгоритм восполняет этот пробел для важного частного случая – множества сайтов-отрезков, образованных сторонами сайтов многоугольников.

Работа поддержана грантом РФФИ № 20-01-00664.

Литература

1. Fortune S. A sweepline algorithm for Voronoi diagrams // In *Algorithmica*, № 2, 1987. — P. 153–174