

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА ТРЁХМЕРНОМ ТЕЛЕ МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Зыкова Мария Александровна

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: s02210101@gse.cs.msu.ru

Научный руководитель — Лопушенко Владимир Васильевич

В данной работе предлагается метод [1] для решения задач рассеяния плоских электромагнитных волн на объектах произвольной формы в свободном пространстве на примере диэлектрических эллипсоидов. Предлагается решать интегральное уравнение в спектральной области с применением теоремы отсчётов и вычислением дискретных свёрток на основе быстрого преобразования Фурье. Полученная система алгебраических уравнений решается итерационным методом GMRES в системе MATLAB. Исследуется диаграмма рассеяния при различных параметрах диэлектрического эллипсоида. Предложенный способ решения задачи дифракции позволил избавиться от особенностей в интегральном уравнении и, благодаря интерполирующим свойствам ряда Котельникова, получить прямой способ вычисления диаграммы рассеяния.

Рассматривается система уравнений Максвелла в однородной области V с достаточно гладкой границей S в однородном пространстве:

Вне V :

$$\operatorname{rot}(\mathbf{H}) = -i\omega\epsilon_0\mathbf{E} - j(M), \quad (1)$$

$$\operatorname{rot}(\mathbf{E}) = i\omega\mu\mathbf{H},$$

Внутри V :

$$\operatorname{rot}(\mathbf{H}) = -i\omega\epsilon_1\mathbf{E}, \quad (2)$$

$$\operatorname{rot}(\mathbf{E}) = i\omega\mu\mathbf{H},$$

На границе S выполнены условия непрерывности касательных к S компонент векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} .

$$[\mathbf{n} \times \mathbf{E}]_s = 0, \quad (3)$$

$$[\mathbf{n} \times \mathbf{H}]_s = 0,$$

На бесконечности выполнены условия излучения

$$\mathbf{E} \sim O\left(\frac{1}{R}\right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial R} - ik_0 \mathbf{E} \sim o\left(\frac{1}{R}\right),$$

Решение задачи (1)-(4) сводится к интегральному уравнению[2]:

$$\mathbf{E}(M_0) + \int_V (k_0^2 - k_1^2) \mathbf{G}(M, M_0) \mathbf{E}(M) dV_M = \mathbf{E}^0(M_0), M_0 \in V \quad (5)$$

Переходя в спектральную область получим векторное уравнение:

$$\widehat{\mathbf{V}} + \frac{1}{(2\pi)^3} [\widehat{K} * (\widehat{\mathbf{G}} \widehat{\mathbf{V}})] = \widehat{\mathbf{V}}^0 \quad (6)$$

Здесь $\widehat{\mathbf{V}}, \widehat{K}, \widehat{\mathbf{G}}, \widehat{\mathbf{V}}^0$ – Фурье-образы соответственно решения уравнения, функции области, функции Грина и Фурье-образ падающего поля.

Выражение для рассеяного поля зависит от решения уравнения (6) в точке M_0 .

$$\mathbf{E}^{sc}(\theta, \varphi) = \frac{e^{ik_0 R}}{4R\pi} (k_1^2 - k_0^2) \widehat{\mathbf{G}} \widehat{\mathbf{V}}(k_0 \sin \theta \cos \varphi, k_0 \sin \theta \sin \varphi, k_0 \cos \theta) \quad (7)$$

"Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-21-00110, <https://rscf.ru/project/22-21-00110/>"

Литература

1. Еремин Ю. А., Лопушенко В. В. – «Метод интегральных уравнений в спектральной области для анализа плоских дефектов подложки» // Дифференциальные уравнения. 2014, Т.50, No9. С.1187-1195.
2. Дмитриев В. И., Захаров Е. В. – «Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики.» // М. : Изд-во Моск. ун-та, 1987.
3. Басараб М. А., Зелкин Е. Г., Кравченко В. Ф., Яковлев В. П. – «Цифровая обработка сигналов на основе теоремы Уитаккера-Котельникова-Шеннона.» // М.: Радиотехника, 2004.