Об одной задаче группового управления

Абрамова Варвара Владимировна

Студентка 2-го года магистратуры

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: ruvasha@yandex.ru

Научный руководитель — *Куржанский Александр Борисович*

Работа посвящена рассмотрению задачи группового управления для группы объектов, движущихся цепочкой: присутствует объект–«ведущий», который задает основной характер движения группы, остальные объекты являются «ведомыми» и по ходу движения имитируют поведение объекта, движущегося впереди. Кроме того, каждый из объектов должен избегать столкновений с соседями и с внешними препятствиями, двигаться со скоростью, близкой к скорости «ведущего». В качестве формализма, определяющего метод решения задачи, был выбран Гамильтонов формализм.

Предполагается, что по отдельности каждый из m объектов системы может быть описан уравнением вида:

$$\begin{cases} \dot{x}_p^{(i)}(t) = x_v^{(i)}(t), & \\ \dot{x}_v^{(i)}(t) = f(t, x_p^{(i)}(t), x_v^{(i)}(t), u_i), & t \in [t_0, \theta] \\ [x_p^{(i)}(t_0), x_v^{(i)}(t_0)]^T = x_0^i, & i = 1, \ldots, m, \end{cases} \tag{1}$$

где $x_p^{(i)}$ отвечает вектору положения объекта i, а $x_v^{(i)}(t)$ — его вектору скорости, а u_i — вектор управления, принадлежащий $P(\cdot)$.

Введя обозначения: $h_+(t) = h(t), h(t) > 0$, и 0 иначе; $D(A, B) = \min\{\|a - b\| \,\big|\, a \in A, b \in B\}$ – расстояние между выпуклыми компактами A, B; $B_r[p_0]$ — шар радиуса r с центром в точке p_0; описанные выше ограничения можно формализовать как:

$$\sum_{i=1}^{m} \Big(r^2 - \Big\|x_p^{(i)}(t) - x_p^{(i-1)}(t)\Big\|\Big)_+ + \sum_{i=2}^{m} \Big(4r^2 - \Big\|x_p^{(i)}(t) - x_p^{(i-2)}(t)\Big\|\Big)_+ \leqslant 0; \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \Big(\varepsilon^2 - D\big(x_p^{(i)}(t), E\big)\Big)_+ \leqslant 0; \tag{3}$$

$$\sum_{i=2}^{m} \Big(\Big\|x_v^{(i)}(t) - x_v^{(1)}(t)\Big\| - \delta^2\Big)_+ \leqslant 0; \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{m}\left(\left\|x_p^{(i)}(t)-x_p^{(i-1)}(t)\right\|-R^2\right)_+ \leqslant 0. \tag{5}$$

Здесь r и ε – минимальные расстояния от объекта группы до соседних и препятствия, δ – константа, отвечающая за близость скоростей членов группы, $R > r$ – максимальное расстояние, на которое могут отстоять друг друга объекты, E – выпуклое внешнее препятствие. Положим S равным сумме левых частей неравенств (2)–(5). Тогда исследование следующего уравнения типа Гамильтона-Якоби-Беллмана для функции цены $V(t,x)$ позволяет найти оптимальное управление в задаче группового управления с целью минимизации терминального функционала $\varphi(\cdot, x(\cdot))$ при ограничениях (2)–(5):

$$\frac{\partial V}{\partial t}+\left\langle \frac{\partial V}{\partial x_p}, x_v\right\rangle+\min\left\{\left\langle \frac{\partial V}{\partial x_v}, f(t,x_p,x_v,u)\right\rangle \Big| u\in P(t)\right\}+S=0, \tag{6}$$

для которого граничное условие имеет вид: $V(\theta,x)=\varphi(\theta,x(\theta))$. Решение уравнения (6) можно выписать в явном виде:

$$V(t,x)=\min_u\left\{\varphi(\theta,x(\theta))+\int\limits_{t_0}^{\theta} S(t)dt \;\Big|\; x(t_0)=x, u(\cdot)\in P(\cdot)\right\} \tag{7}$$

Для данной постановки возможно рассмотрение ряда подзадач, моделирующих различные виды движения, в частности движения группировок космических аппаратов. В ходе исследования данной постановки рассматривались вопросы определения позиции системы, определения класса задач, для которых функция цены обладает (гладкость и пр.), возможности построения эффективного численного метода.

Литература

1. Куржанский А. Б. Избранные труды А. Б. Куржанского. М: Издательство Московского университета, 2009.
2. Месяц А. И. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по теме «Задачи управления для систем с эллипсоидальной динамикой». М., 2015.
3. Kurzhanski A. B., Varaiya P. Dynamics and Control of Trajectory Tubes. *Theory and Computation.* Switzerland Birkhäuser Basel, 2014.