Об одной начально-краевой задаче для многомерного интегро-дифференциального параболического уравнения общего вида с переменными коэффициентами и условиями третьего рода

Бештокова Зарьяна Владимировна

Сотрудник

ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет», Северо-Кавказский центр математических исследований, Ставрополь, Россия

E-mail: zarabaeva@yandex.ru

Научный руководитель *— Шхануков-Лафишев М.Х.*

Постановка задачи. В цилиндре $\overline{Q}_T = \overline{G} \times [0 \le t \le T]$, основанием которого является p-мерный прямоугольный параллелепипед $\overline{G} = \{x = (x_1, x_2, ..., x_p) : 0 \le x_\alpha \le l_\alpha, \alpha = 1, 2, ..., p\}$ с границей Γ, $\overline{G} = G \cup \Gamma$, рассматривается задача

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Lu + f(x,t), \quad (x,t) \in Q_T, \tag{1}$$

$$\begin{cases} k_\alpha(x,t)\dfrac{\partial u}{\partial x_\alpha} = \beta_{-\alpha}u - \mu_{-\alpha}(x,t), \quad x_\alpha = 0, \quad 0 \le t \le T, \\ -k_\alpha(x,t)\dfrac{\partial u}{\partial x_\alpha} = \beta_{+\alpha}u - \mu_{+\alpha}(x,t), \quad x_\alpha = l_\alpha, \quad 0 \le t \le T, \end{cases} \tag{2}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \; x \in \overline{G}, \tag{3}$$

где

$$Lu = \sum_{\alpha=1}^{p} L_\alpha u, \quad L_\alpha u = \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(k_\alpha(x,t)\frac{\partial u}{\partial x_\alpha}\right) +$$

$$+r_\alpha(x,t)\frac{\partial u}{\partial x_\alpha} - q_\alpha(x,t)u - \frac{1}{p}\int\limits_0^t K(x,t,\tau)u(x,\tau)d\tau,$$

$$0 < c_0 \le k_\alpha(x,t) \le c_1, \; |r_\alpha|, \; |k_{x_\alpha}|, \; |r_{x_\alpha}|, \; |q_\alpha|, \; |\beta_{\pm\alpha}(x,t)| \le c_2,$$

$$k_\alpha(x,t) \in C^{3,1}\left(\overline{Q}_T\right), \; r_\alpha(x,t), \; q_\alpha(x,t), \; K(x,t,\tau), \; f(x,t) \in C^{2,1}\left(\overline{Q}_T\right),$$

$$c_0, c_1, c_2 - \text{положительные постоянные}, \; Q_T = G \times (0 < t \le T].$$

Исследуется третья краевая задача для многомерного интегро-дифференциального параболического уравнения общего вида с переменными коэффициентами. Построена локально-одномерная (экономичная) разностная схема А.А. Самарского с порядком аппроксимации $O(h^2 + \tau)$. Доказаны единственность, устойчивость, а также сходимость решения локально-одномерной разностной схемы к решению исходной дифференциальной задачи в L_2- норме со скоростью равной порядку аппроксимации разностной схемы.

Литература

1. Самарский А. А. Об одном экономичном разностном методе решения многомерного параболического уравнения в произвольной области. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1962. Т. 2. № 5. С. 787–811.
2. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983.
3. Фрязинов И. В. Экономичные схемы для уравнения теплопроводности с краевым условием III рода // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1972. Т. 12. № 3. С. 612-626.