

**базисы рекурсивных функций и полнота в  $P_{\aleph_0}^{\aleph}$**

**Научный руководитель – Волков Николай Юрьевич**

***Хайруллин Артур Миннахматович***

*Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра математической теории  
интеллектуальных систем, Москва, Россия

*E-mail: eternaldominium@gmail.com*

В работе исследуются рекурсивные функции и базовые операции над ними: суперпозиция, примитивная рекурсия и минимизация. Рассматривается как оператор замыкания, порождённый всеми этими тремя операциями, так и ряд операторов замыкания, порождённых одной или двумя из этих операций. Для этих операторов найдены множества, в которые они переводят множество элементарных базисных функций: константу 0, функцию следования  $S(x)=x+1$  и селекторные функции  $I_m^n(x_1, \dots, x_n) = x_m$ . Также рассмотрена операция "слабой минимизации" связанная с нахождением минимального корня у уравнения  $f(x_1, \dots, x_{n-1}, y) = 0$  и изучена её связь с классической операцией минимизации, для определения которой находится минимальный корень уравнения  $f(x_1, \dots, x_{n-1}, y) = x_n$ . Отображения  $\phi^{(n)} : E_\phi \rightarrow P_{\aleph_0}^{\aleph}$ , где  $E_\phi \subset P_{\aleph_0}^{\aleph} \times \dots \times P_{\aleph_0}^{\aleph}$  назовём элементарными операциями. Каждая такая операция по  $n$  частичным счётно-значным функциям строит новую функцию. Значения самой операции определены на некоторых наборах из  $n$  функций. Реализацией назовём произвольное подмножество элементарных операций. Показаны представления классических операций суперпозиции, минимизации и примитивной рекурсии в виде реализаций. Каждая реализация порождает на множествах функций из  $P_{\aleph_0}^{\aleph}$  свой оператор замыкания, по аналогии с тем, как классическое замыкание порождается операциями суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации. Показано, что оператор замыкания, порождённый любой не более чем счётной реализацией, при применении к любому не более чем счётному подмножеству  $P_{\aleph_0}^{\aleph}$  даст множество, не равное  $P_{\aleph_0}^{\aleph}$ . Т.е. показана неполнота любых счётных систем функций относительно любого конечно-порождённого или счётно-порождённого замыкания.

**Источники и литература**

- 1 Яблонский С.В. Введение в дискретную математику/изд.второе 1986 стр. 113-170.
- 2 Верещагин Н.К. Вычислимые функции / Н.К.Верещагин, А. Шень, МЦ- НМО, 2012.