

Применение метода средних к исследованию некоторых неприведенных алгебраических уравнений степени n

Научный руководитель – Галканов Аллаберди Галканович

Исаков Никита Ильич

Студент (бакалавр)

Государственный гуманитарно-технологический университет, Орехово-Зуево, Россия

E-mail: nikitaisakov@bk.ru

Актуальность работы заключается в том, что исследование связи между коэффициентами и корнями алгебраических уравнений является классической задачей алгебры и представляет не только чисто математический, но и прикладной интерес.

Цель исследования — получение с помощью метода средних неравенств, позволяющих по значениям коэффициентов алгебраического уравнения с одним неизвестным узнать какую-либо информацию о его корнях.

В [1] на основе принципиально нового подхода получено двухпараметрическое семейство средних. В частности, предложены два новых средних. Там же, как приложение средних, разработан метод (названный автором [1] методом средних) исследования алгебраических уравнений над полем \mathbb{R} .

Рассмотрим алгебраическое уравнение степени n (n — натуральное число) вида:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x^2 + a_nx = 0, a_0 > 0, a_1 < 0, a_2 > 0, a_3 < 0, \dots \quad (1)$$

Теорема. Если уравнение (1) имеет n действительных положительных корней, то справедливы неравенства:

$$-\frac{a_{n-1}a_n}{a_{n-1}^2 - 2a_{n-2}a_n} \leq -\frac{na_n}{a_{n-1}} \leq \sqrt[n]{-\frac{a_n}{a_0}} \leq -\frac{a_1}{na_0} \leq \frac{1}{a_0} \sqrt[2]{\frac{a_1^2 - 2a_0a_2}{n}}. \quad (2)$$

Следствие 1. Если неравенства (2) неверны, то уравнение (1) имеет хотя бы два комплексно-сопряженных корня или четное количество отрицательных корней.

Следствие 2. Если неравенства (2) обращаются в равенство, то уравнение (1) имеет n положительных совпадающих действительных корней.

Следствие 3. Если верно неравенство:

$$a_1^2 - 2a_0a_2 \leq 0,$$

то уравнение (1) имеет хотя бы два комплексно-сопряженных корня или четное количество отрицательных корней.

Следствие 4. Если верно неравенство:

$$a_{n-1}^2 - 2a_{n-2}a_n \leq 0,$$

то уравнение (1) имеет хотя бы два комплексно-сопряженных корня или четное количество отрицательных корней.

Источники и литература

- 1) Галканов А.Г. Средние и их применение — М.: Издательство «Перо», 2018.