

Гладкие весовые структуры и слабо бирациональные объекты в мотивных категориях

Научный руководитель – Бондарко Михаил Владимирович

Кумаллагов Давид Зелимович

Аспирант

Санкт-Петербургский государственный университет, Математико-механический факультет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: kumdavid@yandex.ru

Одним из самых ярких достижений современной математики является построение В.Воеводским категории мотивов, с помощью чего ему удалось доказать гипотезу Милнора, за что в 2002 году он был удостоен филдсовской премии. В дальнейшем, В. Воеводским совместно с Ф. Морелем, М.Левином, Р. Жардином и др. были построены различные мотивные категории, что позволило переносить многие результаты из топологии в алгебраическую геометрию.

В данной работе (совместно с М.В. Бондарко) мы строим семейство ортогоналов, определенных в терминах мотивов гладких многообразий, и изучаем связь с гомотопической t -структурой Воеводского-Мореля. Мы показываем, что данные ортогоналы обобщают слайсы и весовые структуры Чжоу [1] и [5]. Далее, мы описываем эти семейства в терминах ростков полей функций, что позволяет описать соответствующую фильтрацию на сердцевине Ht_{hom} через когомологии Нисневича и стягивания Воеводского. Используя эти результаты, мы получаем некоторые условия для описания слабо бирациональных объектов в Ht_{hom} , что широко обобщает известные результаты Кана и Суджаты о бирациональных мотивах [4]. Затем строятся весовые и t -структуры, названные гладкими, с помощью которых мы получаем интересную возрастающую фильтрацию на Ht_{hom}^{eff} . Факторы этой фильтрации F^i дают сопряженные функторы к вложениям i -бирациональных подпучков, а t -гладкие срезки дают функторы неразветвленных когомологий [4]. Используя разработанную технику, мы доказываем, что гомотопическая t -структура ограничивается на n -бирациональные категории. Полученные результаты могут быть применимы для обобщения Чжоу-весовых гомотопий на различные мотивные категории, в том числе и относительные [2].

Результаты применяются к следующим категориям мотивного "происхождения": $SH^{S^1}(k)$, $SH^{eff}(k) \subset SH(k)$, $DM^{eff}(k) \subset DM(k)$, $D_{\mathbb{A}^1}^{eff}(k) \subset D_{\mathbb{A}^1}(k)$, $MGL-Mod(k)$, где k – совершенное поле.

Источники и литература

- 1) М. В. Бондарко, Д. З. Кумаллагов, "Весовые структуры Чжоу без проективности и разрешения особенностей", Алгебра и анализ, 30:5 (2018), 57–83; St. Petersburg Math. J., 30:5 (2019), 803–819
- 2) Бондарко, М. В., Кумаллагов, Д. З. (2020). Чжоу-весовые гомотопии мотивных комплексов и их связь с мотивными гомотопиями. Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия, 65(4), 560-587.
- 3) Bondarko M.V., Kumallagov D.Z., Smooth weight structures and birationality filtrations on motivic categories, in preparation.
- 4) Kahn B., Sujatha R., Birational motives, II: triangulated birational motives// Int. Math. Res. Notices 2017(22), 2017, 6778-6831.

- 5) P.Pelaez. Birational motivic homotopy theories and the slice filtration; Doc. Math., 18: 51-70, 2013.