Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Обобщённая модель стохастической игры полковника Блотто

Научный руководитель – Шкляев Александр Викторович

Харламов Виктор Владимирович
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: xarik1999@gmail.com

Каминским, Луксом и Нелсоном [2] рассмотрена стохастическая версия введённых Борелем [1] игр полковника Блотто. В работе [2] также был получен результат для вероятности победы заданной команды и доказана независимость этой величины от стратегий команд гладиаторов. Наше внимание привлекло то, что величина выражалась в терминах вероятности события, определённого для взвешенных сумм независимых экспоненциальных величин. Попытки объяснить связь между экспоненциальными величинами и привели нас к рассмотрению следующей модели.

Пусть у нас есть n команд с численностями $m_1, \ldots, m_n$ гладиаторов соответственно, где m_i – положительные целые числа. При этом j-му гладиатору i-й команды сопоставим неотрицательную функцию $p_{i,j}(t)$, которую мы будем называть *усталостью*. Будем полагать, что j-й гладиатор i-й команды *может потерпеть* $k_{i,j}(0)$ *поражений*, где $k_{i,j}(0)$ – целое неотрицательное число.

Каждый поединок происходит следующим образом.

1) Согласно профилю стратегий выбираются гладиаторы от каждой участвующей в игре команды.
2) Для каждого выбранного гладиатора в соответствии с его общей длительностью участия в сражении и функцией усталости определяется время участия в бою в терминах неоднородных экспоненциальных величин.
3) Бой заканчивается, когда проигрывает какой-то из гладиаторов.

Сражение происходит до того момента, пока не настанут моменты гибели каждого гладиатора каждой команды. Победителем объявляется команда, чей гладиатор погиб последним.

Оказывается, что введённая модель в случае постоянных усталостей $p_{i,j}(t)$, количества команд $n = 2$ и количеств возможных поражений $k_{i,j}(0) = 1$ эквивалентна модели, введённой в работе [2]. В нашей работе также получено представление для вероятности победы заданной команды в терминах моментов восстановления неоднородного пуассоновского процесса, и тем самым доказана независимость этой величины от стратегий команд гладиаторов.

Источники и литература

1) E. Borel. «La théorie du jeu et les équations intégralesa noyau symétrique». В: Comptes rendus de l'Académie des Sciences 173.1304-1308 (1921), c. 58.
2) Kaminsky K. S., Luks E. M., Nelson P. I. «Strategy, nontransitive dominance and the exponential distribution». В: Australian Journal of Statistics 26.2 (1984), c. 111–118.