

Биллиард внутри трёхосного эллипсоида с потенциалом Гука**Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич*****Белозеров Глеб Владимирович****Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
 Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и
 приложений, Москва, Россия
E-mail: gleb0511beloz@yandex.ru

Пусть $\mathcal{E} \subset \mathbb{R}^3$ — эллипсоид с различными полуосями. Рассмотрим следующую динамическую систему: материальная точка (шар) единичной массы движется внутри \mathcal{E} под действием силы упругости (закон Гука), отражаясь от \mathcal{E} абсолютно упруго. Такая система является интегрируемой по Лиувиллю системой в кусочно-гладком смысле. Один из её первых интегралов — это полная механическая энергия, то есть функция:

$$H = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{k}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$$

Ещё два первых интеграла F_1 и F_2 , функционально независимых с H , можно найти, используя интегралы I_1, I_2 задачи без потенциала. Проверена инволютивность этих интегралов.

В эллиптических координатах происходит разделение переменных этой задачи. Уравнения движения в них можно переписать так:

$$\dot{\lambda}_i = \pm \frac{4}{\sqrt{2(\lambda_i - \lambda_j)(\lambda_i - \lambda_k)}} \sqrt{V(\lambda_i)}$$

где $V(z)$ — полином 6-ой степени, коэффициенты которого зависят только от a, b, c, H, F_1, F_2 . Опираясь на свойства этого полинома, была построена бифуркационная диаграмма, найдены области возможного движения и изучены прообразы точек отображения момента.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ (проект № 20-71-00155) в МГУ имени М.В. Ломоносова.

Источники и литература

- 1) *Болсинов А.В., Фоменко А.Т.* Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. Том I. — Ижевск: РХД, 1999.
- 2) *Козлов В.В.* Некоторые интегрируемые обобщения задачи Якоби о геодезических на эллипсоиде. // Прикладная математика и механика, том 59, вып. 1 1995