

Биллиарды с проскальзыванием реализуют ряд интегрируемых потоков на неориентируемых поверхностях

Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич

Завьялов Владимир Николаевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия
E-mail: vnzavyalov@mail.ru

Согласно теореме В.В.Козлова, интегрируемые геодезические потоки на двумерных компактных римановых многообразиях без границы (многообразии и метрика - аналитические) могут существовать лишь на торе, сфере, бутылке Клейна и проективной плоскости. Топология их слоений Лиувилля в случае, если дополнительный интеграл имеет степень не выше двух, была изучена в терминах инвариантов Фоменко-Цишанга в работах В.С. Матвеева, Е.Н. Селивановой, В.В. Калашникова (мл.), Нгуен Тьен Зунга, Л.С.Поляковой. В работе В.В. Ведюшкиной и А.Т. Фоменко было показано, что для каждого геодезического потока на торе и сфере, обладающего линейным или квадратичным по импульсам дополнительным интегралом, существует подходящая биллиардная книжка или топологический биллиард (т.е. биллиардная система на подходящем клеточном комплексе), слоение Лиувилля которой совпадает с таковым для исходного потока [2].

В докладе будет представлено развитие этой работы на случай неориентируемых многообразий (будут рассмотрены потоки на проективной плоскости $\mathbb{R}P^2$ или бутылке Клейна Kl^2). Для этого понадобилось использовать новый класс биллиардов, введенных А.Т. Фоменко — биллиарды с проскальзыванием. Автору и В.В. Ведюшкиной удалось показать, что добавление проскальзывания к плоским топологическим биллиардам позволяет реализовать примеры потоков степени 1 и 2 на $\mathbb{R}P^2$ и Kl^2 с точностью до кусочно-гладкой лиувиллевой эквивалентности.

Исследование выполнено при поддержке гранта РНФ (проект № 20-71-00155) в МГУ имени М.В. Ломоносова

Источники и литература

- 1) *Болсинов А.В., Фоменко А.Т.* Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. Т.1,2, Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 1999.
- 2) *В.В. Ведюшкина (Фокичева), А.Т. Фоменко.* Интегрируемые геодезические потоки на ориентируемых двумерных поверхностях и топологические биллиарды. Изв. РАН. Сер. матем., 2019, 83:6, с63–103.
- 3) *A.T. Fomenko, V.V. Vedyushkina and V.N. Zav'yalov.* Liouville foliations of topological billiards with slipping. Russ. J. Math. Phys. Vol. 28, No. 1, 2021, pp. 37–55.