Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Об одной задаче с динамическим краевым условием для гиперболического уравнения

Научный руководитель – Пулькина Людмила Степановна

Богатов Андрей Владимирович

Аспирант

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Институт информатики, математики и электроники, Самара, Россия

E-mail: andrebogato@mail.ru

Рассмотрена задача с динамическим условием для одномерного гиперболического уравнения, возникающая при исследовании колебаний стержня. Получены условия на входные данные, обеспечивающие однозначную разрешимость поставленной задачи, проведено доказательство существования и единственности решения задачи.

Строительные конструкции и сооружения в значительной степени подвержены как природным, так и техногенным динамическим воздействиям, к которым можно отнести ветровые и сейсмические воздействия, нагрузки от оборудования, движущегося транспорта, пешеходов.

Энергия колебаний инженерных систем постепенно рассеивается за счет внутреннего трения в материале и внешнего сопротивления, что, безусловно, влияет на их колебательный процесс, а снижение интенсивности внешних динамических воздействий приводит к затуханию колебаний. Для обеспечения безаварийной работы инженерных систем необходимо проводить динамические расчеты конструкций и сооружений, выявлять их динамические характеристики. Также стоит отметить, что необходимо учитывать влияние эффекта внутреннего демпфирования, которое гасит колебания за счет трения в материале и тем самым влияет на общий колебательный процесс. И если уже известно, как учитывать эффекты внешнего трения (внешнее гашение колебаний), то задача учета внутреннего трения до сих пор не имеет однозначного решения. Переходя к математическим терминам, мы получаем задачу с нелокальными условиями, которая описывает модель внутреннего трения (нелокального демпфирования материала).

Математическая модель поставленной задачи имеет вид.

В области $Q_T = (0,l) \times (0,T)$ найти решение уравнения

$$u_{tt} - (au_x)_x + bu_t + cu = f(x,t),$$

удовлетворяющее начальным данным

$$u(x,0) = 0, u_t(x,0) = 0,$$

и граничным условиям

$$u_x(0,t) = 0, u_x(l,t) + \gamma u_t(l,t) = 0.$$

В современной теории дифференциальных уравнений задачи с нелокальными условиями представляют собой довольно развивающееся направление. Исследования нелокальных задач показали, что классические подходы к их решению неприменимы [1]. Однако к настоящему времени разработаны некоторые методы, позволяющие преодолеть трудности, возникающие вследствие нелокальных условий [2]. Модификацией одного из них мы и воспользовались для доказательства однозначной разрешимости поставленной задачи в пространстве Соболева [3].

Источники и литература

1) 1. Пулькина, Л.С. Задачи с неклассическими условиями для гиперболических уравнений [Текст]/ Л.С. Пулькина - Самара: Самарский университет, 2012. - 192 с.
2) 2. Pulkina, L.S. Solution to nonlocal problems of pseudohyperbolic equations [Text]/ L.S. Pulkina. - EJDE. - 2014. - V.116, P.1-9.
3) 3. Ладыженская, О.А. Краевые задачи математической физики [Текст]/ О.А. Ладыженская - М.: Наука, 1973. - 408 с.