

ЧИСЛЕННЫЙ ПОИСК ГЛОБАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ДЛЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РОСТА ТРЕХСЕКТОРНОЙ ЭКОНОМИКИ С НЕМОБИЛЬНЫМ КАПИТАЛОМ

Леонов Елисей Александрович

Научный сотрудник

ИПЭИ РАНХиГС, Москва, Россия

E-mail: elishaleonov@gmail.com

Научный руководитель —

В настоящей работе рассматривается стохастическая трехсекторная модель экономического роста с недвижимым капиталом. Последнее означает, что капитал специфичен конкретному сектору, т.е. капитал из одного сектора не может использоваться в другом. Следовательно, накопление капитала описывается отдельным уравнением для каждого сектора. Кроме того предполагается, что инвестиции в капитал требуют осуществления дополнительных затрат на установку. В основе модели лежит задача стохастического оптимального управления, расширяющая постановку в работах [1, 2], и задаваемая системой вида (1).

$$\left\{ \begin{array}{l} V(t) = \max_{C, L \in D} E_0 \int_0^\infty e^{-\rho t} u[C(t), L(t)] dt \\ C(t) = \|(C_1(t), C_2(t), C_3(t))\| \\ L(t) = L_1(t) + L_2(t) + L_3(t) \\ \sum_{t=0}^3 A_{i,t} F_i(K_i, L_i) = \sum_{t=0}^3 P_i(t) C_i + P_1(t) \sum_{t=0}^3 I_i(t) [1 + G(I_i)], \\ dK_i(t) = (1 - \delta) K_i(t) + I_i(t), i = 1, 2, 3 \\ dA_t = \mu(t) dt + \Sigma^{1/2} dW_t \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь $V(t)$ – функция стоимости (ценности), D – множество допустимых управлений, $e^{-\rho t}$ – дисконтирующий множитель, $u[C(t), L(t)]$ – функция мгновенной полезности, $C_i(t)$ – потребление товаров i -го сектора, $P_i(t)$ – цена на товары i -го сектора, $L_i(t)$ – труд в i -м секторе, $F_i(K_i, L_i)$ – производственная функция в i -м секторе, $L_i(t)$ – труд в i -м секторе, $I_i(t)$ – инвестиции в i -м секторе, $G(I(t))$ – функция затрат на установку капитала, $A_i(t)$ – совокупная факторная производительность (НТП) в i -м секторе, динамика которой задается стохастическим дифференциальным уравнением, $\mu(t)$ – функция сноса, $\Sigma^{1/2}$ – ковариационная матрица, W_t – Винеровский процесс.

Практическая ценность задачи в том, что сектора могут по-разному реагировать на одни и те же шоки. Поэтому актуальным яв-

ляется поиск глобального решения данной задачи, для чего решается уравнение Гамильтона-Якоби-Беллмана (НJB-equation). При этом наличие разных секторов при немобильности капитала и издержек инвестирования заметно увеличивает размерность задачи. Так, количество переменных состояния в поставленной выше задаче (1) составляет 12. Можно предложить два принципиальных подхода к решению данной задачи [3, 4, 5]: сеточные и проекционные методы. Использование равномерных сеток является проблематичным ввиду необходимости выбора очень мелкого шага, что обусловлено требованиями к точности в окрестности стационарного состояния. При упомянутом увеличении размерности это существенно снижает эффективность метода. В связи с этим предлагается использовать проекционные методы в синтезе с итеративными процедурами. Поскольку для НJB-уравнения хорошо применим принцип сжимающих отображений, то наиболее удобна в данном случае аппроксимация функции стоимости полиномами при итерациях т.н. "функций политики".

Литература

1. Smith G. The long run implications of a two sector model with immobile capital.// *De Economist*, Vol. 128, 1980, P. 50–74.
2. Uzawa H. On a Two-Sector Model of Economic Growth.// *The Review of Economic Studies*, Vol. 30, No. 2, Jun., 1963, P. 105–118.
3. Beard R., Saridis G., Wen J. Approximate Solution to the Time-Invariant Hamilton-Jacobi-Bellman Equation.// *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 96, No 3, 1998, P. 589–626.
4. Fernandez-Villaverde J., Posch O., Rubio-Ramirez J. Solving the New Keynesian Model in Continuous Time.// *Meeting Papers 829, Society for Economic Dynamics*, 2011
5. Miranda M., Fackler P. *Applied Computational Economics and Finance*.// The MIT Press, Cambridge, MA, 2004