

ЧИСЛО ОТМЕЧЕННЫХ ОСТОВНЫХ ЛЕСОВ ДЛЯ ЦИРКУЛЯНТНОГО СЛОЕНИЯ НАД ГРАФОМ

Грюнвальд Лилия Александровна

Аспирант

Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

E-mail: lfb@yahoо.co.uk

Научный руководитель — Медных Александр Дмитриевич

Пусть H — это конечный связный мультиграф с вершинами v_i , $i = 1, \dots, t$ не содержащий петель. Ставя в соответствие каждой вершине v_i циркулянтный граф $G_i = C_n(s_{i,1}, s_{i,2}, \dots, s_{i,k_i})$, где для всех i каждая его вершина k , $k = 1, \dots, n$ смежна со всеми вершинами графа H . Получившийся новый граф со множеством вершин $V(H_n) = \{(k, v_i) \mid k = 1, 2, \dots, n, i = 1, 2, \dots, t\}$ назовем *циркулянтным слоением* над графом H со слоями G_1, G_2, \dots, G_m .

Число отмеченных остовных лесов $f(n)$ в конечном связном графе, можно найти как определитель $\det(I_n + L)$, где I_n и L соответственно — единичная матрица и матрица Лапласа рассматриваемого графа. Этот самостоятельный результат является следствием известной теоремы Кельманса–Челнокова [1], которая устанавливает связь между коэффициентами *характеристического многочлена матрицы Лапласа* и числом отмеченных остовных лесов в графе. Будем называть $L(H, X)$ *обобщенным Лапласианом* графа H со множеством переменных $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$.

С использованием ранее развитой технологии [2], был получен следующий результат

Теорема 1. Пусть $V' = (v_1, v_2, \dots, v_{m'})$ — это множество (возможно пустое) вершин графа H , со слоями G_i , $i = 1, 2, \dots, t$, у которых $k_i = 1$ и $s_{i,1} = 0$. Пусть H' — это индуцированный вершинами V' подграф графа H . Тогда число отмеченных остовных лесов $f(n)$ в графе $H_n(G_1, G_2, \dots, G_m)$ представляется формулой

$$f(n) = \eta^n \prod_{p=1}^s |2T_n(w_p) - 2|,$$

где $s = s_{1,k_1} + s_{2,k_2} \dots + s_{m,k_m}$, w_p , $p = 1, 2, \dots, s$ все корни уравнения $Q(w) = \det(L(H, W)) = 0$ и $\eta = \det(L(H', X'))$.

Более того, данная технология дает возможность исследовать арифметические свойства числа отмеченных остовных лесов и его асимптотику.

Литература

1. Kel'mans A. K., Chelnokov V. M. A certain polynomial of a graph and graphs with an extremal number of trees // J. Combin. Theory, Ser. B 16, 1974. P. 197–214.
2. Kwon Y. S., Mednykh A. D., Mednykh I. A. On Jacobian group and complexity of the generalized Petersen graph $GP(n, k)$ through Chebyshev polynomials // Linear Algebra and its Applications 529, 2017. P. 355–373.