Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Точная расшифровка запросами на сравнение функций малого веса

Научный руководитель – Гасанов Эльяр Эльдарович

Быстрыгова Анастасия Викторовна
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: anastasiya.bistrigova@gmail.com

Точная расшифровка функций запросами на сравнение представляет собой игру между "учителем" и "учеником". Учитель выбирает функцию из класса, известного ученику, но не сообщает ему свой выбор, затем ученик задает запросы, а учитель отвечает на них. Запрос — упорядоченная пара наборов, ответ на запрос — знак разности значений выбранной функции на этих наборах. Цель ученика — задать как можно меньше запросов так, чтобы по ответам учителя понять, какая же функция выбрана.

В докладе рассматривается точная расшифровка булевых функций $F(n,k)$, зависящих от n переменных, у которых в векторе значений ровно k единиц. Для оценки стратегий игры ученика введем понятие сложности расшифровки. Под сложностью $\varphi(n,k)$ точной расшифровки $F(n,k)$ запросами на сравнение будем понимать минимальное число запросов, которое ученик вынужден задать в худшем случае. Иными словами, $\varphi(n,k) = \min_{A\in\mathcal{A}(n,k)} \max_{f\in F(n,k)} q(A,f)$, где $\mathcal{A}(n,k)$ — множество стратегий ученика по выбору запросов для расшифровки функций из класса $F(n,k)$, а $q(A,f)$ — количество запросов при использовании стратегии A, которое должен задать ученик для расшифровки функции f.

Надо отметить, что вопросы применения запросов на сравнение стали исследоваться сравнительно недавно ([3]). Тем не менее, уже в работах [1, 2] было показано, что для некоторых классов булевых функций с точки зрения сложности расшифровки они не уступают часто встречающимся в литературе запросам на значение. В докладе приводятся точные оценки сложности расшифровки запросами на сравнение для булевых функций веса 1, 2, 3. Заметим, что для запросов на значение сложность расшифровки таких функций равна $2^n - 1$ ([2]).

Теорема 1. *Если $n \geq 1$, то справедлива оценка $\varphi(n,1) = 2^{n-1}$.*

Теорема 2. *Если $n \geq 2$, то справедливо равенство $\varphi(n,2) = [2^{n+1}/3]$.*

Теорема 3. *Если $n > 6$, то выполнено $\varphi(n,3) = 2^n -]3/2 \cdot [2^n/5][- [(2^n \bmod 5)/2]$.*

Автор выражает благодарность своему научному руководителю — д.ф-м.н., профессору Э. Э. Гасанову за постановку задачи и помощь в работе.

Источники и литература

1) Быстрыгова А. В. Запросы на сравнение в задаче параметро-эффективной расшифровки булевых функций // Интеллектуальные системы. Теория и приложения, 2019, Т. 23 No. 4 С. 115–124

2) Быстрыгова А. В. Расшифровка булевых функций фиксированного веса // Интеллектуальные системы. Теория и приложения, 2020, Т. 24 No. 4 С. 63–96

3) Гасанов Э. Э. Расшифровка линейных функций ранжирования // Материалы XI Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения»; М., 2021, С. 332–334