Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

О теореме Джоу на классах простых, линейных и взвешенных игр

Научный руководитель – Ирматов Анвар Адхамович

Ватфа Диана Юсефовна
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра математической теории интеллектуальных систем, Москва, Россия
E-mail: d.vatfa@gmail.com

В 1961 С. Джоу была доказана теорема, устанавливающая связь между линейными пороговыми функциями и коэффициентами Фурье, а именно:

Теорема (Джоу, [1])
Пусть f: $\{-1,1\}^n \rightarrow \{-1,1\}^n$ - линейная пороговая функция, h: $\{-1,1\}^n \rightarrow \{-1,1\}^n$ - произвольная функция. Если параметры Джоу функций совпадают, то f=h.

Для простых игр автором был получен следующий результат, обратный теореме Джоу:

Теорема
Пусть g - простая не взвешенная игра, f_g - соответствующая ей булева функция. Тогда существует f: $\{-1,1\}^n \rightarrow \{-1,1\}^n$, не равная f_g, такая, что их параметры Джоу совпадают.

В статье [2] был представлен способ описания простых игр при помощи схем. Используя данные схемы и подход, выработанный при доказательстве предыдущей теоремы, автором были получены следующие примеры функций, имеющих одинаковые параметры Джоу:

Теорема
Существуют g_1 - линейная не взвешенная игра и g_2 - простая не линейная игра, такие, что их параметры Джоу совпадают.

Теорема
Существуют g_1 - линейная не взвешенная игра и g_2 - булева функция, не являющаяся игрой, такие, что их параметры Джоу совпадают.

Теорема
Существуют g_1 - простая не линейная игра и g_2 - булева функция, не являющаяся игрой, такие, что их параметры Джоу совпадают.

Теорема
Существуют g_1 и g_2 - различные простые не линейные игры, такие, что их параметры Джоу совпадают.

Источники и литература

1) C.K. Chow. On the characterization of threshold functions. In Proceedings of the Symposium on Switching Circuit Theory and Logical Design (FOCS), pages 34–38, 1961

2) Sarah Mason and Jason Parsley. A geometric and combinatorial view of weighted voting, 2016