Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

О числе j-независимости случайного гиперграфа

Научный руководитель – Шабанов Дмитрий Александрович

Денисов Илья Олегович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия

E-mail: iodenisov@yandex.ru

В работе изучается асимптотическое поведение числа j-независимости случайного k-однородного гиперграфа $H(n,k,p)$ в биномиальной модели. Рассматривается случай, когда $d = \frac{pC_n^{k-j-1}}{(j+1)!} = const$. Получен промежуток из не более чем двух значений, вероятность попадания в который числа j-независимости стремится к 1 при росте n.

Введем необходимые определения. *Гиперграфом* H называется пара множеств $H = (V,E)$, где $V = V(H)$ - это конечное множество, элементы которого называются *вершинами* гиперграфа, а $E = E(H)$ - произвольная совокупность подмножеств V, которые принято называть *ребрами* гиперграфа H. Если каждое ребро $A \in E$ состоит ровно из k вершин (т.е. A - это k-подмножество V), то говорят, что гиперграф H является *k-однородным.* Множество вершин $W \subset V$ в гиперграфе $H = (V,E)$ называется *j-независимым*, если для любого ребра $A \in E |A \cap W| \leq j$. Числом j-независимости называется

$$\alpha_j(H) = max(|W| : W - j\text{-независимо в } H.$$

Основным новым результатом является следующая теорема о концентрации значений $\alpha_j(H(n,k,p))$.

Теорема. Для любого $\varepsilon > 0$ положим

$$b_{+\varepsilon} = \lceil \Big(\frac{\ln n - \frac{1}{j}\ln\ln n + \frac{1}{j}\ln d + 1 + \varepsilon}{d} \Big)^{1/j} \rceil$$

$$b_{-\varepsilon} = \lfloor \Big(\frac{\ln n - \frac{1}{j}\ln\ln n + \frac{1}{j}\ln d + 1 - \varepsilon}{d} \Big)^{1/j} \rfloor,$$

где $d = \frac{pC_n^{k-j-1}}{(j+1)!} = const$ при $n \to \infty$. Тогда для любого фиксированного $\varepsilon > 0$

$$P(b_{-\varepsilon} \leqslant \alpha_j(H(n,k,p) \leqslant b_{+\varepsilon} - 1) \to_{n\to\infty} 1.$$