Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Верхняя оценка энергопотребления для класса объемных схем

Научный руководитель – Гасанов Эльяр Эльдарович

Ефимов Алексей Андреевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра математической теории интеллектуальных систем, Москва, Россия

E-mail: efimovqwerty@yandex.ru

В ряде работ [1, 2] исследовалась сложность схем из функциональных элементов, реализующих функции алгебры логики от n аргументов. Однако, зачастую в них рассматривались схемы, в которых не накладывалось никаких ограничений на размещение элементов схемы, способ соединения и т.п. На самом деле в любой схеме, когда она располагается в пространстве, функциональные элементы имеют определенную длину, ширину и соединяются проводниками, размеры которых следует учитывать. Впервые понятие плоской схемы было введено Кравцовым [1] в 1967 году и были получены некоторые оценки сложности. В дальнейшем, Калачевым был получен порядок мощности схем, реализующих булевы функции [3] и операторы [4] .

Данная работа посвящена объёмным схемам, которые определяются аналогично плоским схемам, но в манхэттенском пространстве. Под объёмной схемой автор понимает корректную сеть из кубических элементов, в графе которой нет циклов. При этом кубическим элементом (в пространстве мы его будем изображать в виде единичного куба) будем называть булев оператор, у которого в сумме не более 6 входов и выходов.

Основной целью данной работы является обобщение результатов Калачева [3, 4] на объёмные схемы. Как и в его работах, автор использует такую меру сложности схемы, как потенциал. Он равен максимальному значению количества единиц на всех внутренних узлах схемы. Неформально говоря, потенциал играет роль средней «энергии» схемы, необходимой для её функционирования. В данной работе была получена верхняя оценка потенциала для булевых функций. А именно показано, что для любой булевой функции $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ существует объемная схема V_f^1, реализующая данную функцию; причём длина, ширина, высота и потенциал схемы оцениваются как $\mathcal{O}(2^{n/3})$.

Источники и литература

1) Кравцов С. С. О реализации функций алгебры логики в одном классе схем из функциональных и коммутационных элементов. // Проблемы кибернетики. Вып. 19. — Наука, М., 1967. — С. 285–293.
2) Ronnie Barequet, Gill Barequet, Gunter Rote. Formulae and Growth Rates of High-Dimensional Polycubes. // Electronic Notes in Discrete Mathematics. — 2009. — Vol. 34. — P. 459–463.
3) Калачев Г. В. Порядок мощности плоских схем, реализующих булевы функции // Дискретная математика. — 2014. — Т. 26, № 1. — С. 49–74.
4) Калачев Г. В. Нижние оценки мощности плоских схем, реализующих частичные булевы операторы // Интеллектуальные системы. Теория и приложения (ранее: Интеллектуальные системы по 2014, № 2, ISSN 2075-9460). — 2014. — Т. 18, № 2. — С. 279–322.