Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Предельные теоремы для надкритических ветвящихся случайных блужданий с нарушением симметрии

Христолюбов Иван Игоревич
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: I-4100043@yandex.ru

Рассматривается непрерывное по времени ветвящееся случайное блуждание (ВСБ) по решетке $\mathbb{Z}^d$, $d \geq 1$. Предполагается, что лежащее в основе процесса случайное блуждание является однородным по пространству и неприводимым с генератором DA, где D — положительно определенный диагональный оператор с конечным числом неединичных собственных значений, а A — генератор симметричного случайного блуждания, детали см., напр., в [1, 2]. Размножение и гибель частиц могут происходить в конечном числе выделенных точек $x_1, x_2, \ldots, x_N$ решетки, называемых *источниками ветвления*, и описываются инфинитезимальными производящими функциями потомков $f(u, x_i) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n(x_i) u^n$, $0 \leq u \leq 1$, см. [2]. Предполагается, что $\beta_i^r := f^{(r)}(1, x_i) < \infty$ при всех $r \in \mathbb{N}$, $i = 1, \ldots, N$. Величина $\beta_i := f'(1, x_i)$ называется *интенсивностью* источника x_i. Предполагается, что $\beta_i > 0$ $\forall i$. Введенный в [2] эволюционный оператор $H_{\beta_1,\ldots,\beta_N} = DA + \sum_{i=1}^{N} \beta_i \Delta_{x_i}$ описывает поведение средних численностей частиц как на всей решетке, так и в каждой точке решетки. Будем называть ВСБ *надкритическим*, если в спектре оператора $H_{\beta_1,\ldots,\beta_N}$ содержится хотя бы одно положительное собственное значение. Показано, что в спектре этого оператора присутствуют не более чем N положительных собственных значений с учетом кратности, и выведены критерии принадлежности положительного собственного значения спектру оператора H. Также показано, что старшее собственное значение этого оператора в надкритическом случае имеет кратность 1. В данной работе основным является следующий результат для надкритического ВСБ: для численностей частиц $\mu(y)$ в каждой точке решетки $y \in \mathbb{Z}^d$ и $\mu_t := \sum_{y \in \mathbb{Z}^d} \mu(y)$ в смысле сходимости моментов имеем

$$\lim_{t \to \infty} \mu_t(y)\, e^{-\lambda t} = \xi \psi(y), \quad \lim_{t \to \infty} \mu_t\, e^{-\lambda t} = \xi,$$

где $\psi(y)$ — некоторая детерминированная функция, а $\xi(y)$ и ξ — невырожденные случайные величины. При дополнительном предположении $\beta_i^r = \mathrm{O}\big(r!\, r^{r-1}\big)$ $\forall i = 1, \ldots, N$ полученный результат справедлив также в смысле сходимости по распределению. Эти результаты являются обобщениями теорем, полученных в [3] для ВСБ по $\mathbb{Z}^d$ с симметричным случайным блужданием, лежащим в основе процесса.[1]

Список литературы

[1] ELENA B. YAROVAYA (2013): Branching Random Walks With Several Sources, Mathematical Population Studies: An International Journal of Mathematical Demography, 20:1, 14-26

[2] Яровая Е. Б. Теория вероятностей и ее применения, 2017, 63:3, С. 218–241. 19:4, P. 1151-1167.

[3] Христолюбов И. И., Яровая Е. Б. Предельная теорема для надкритического ветвящегося случайного блуждания с источниками различной интенсивности. Теория вероятностей и ее применения, 2019 (принята к печати)

[1] Исследование выполнено за счет Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 17-01-00468.