

Положительное решение двухточечной краевой задачи для одного класса нелинейных ОДУ

Научный руководитель – Асташова Ирина Викторовна

Беликова Кристина Николаевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: christina.belikova23@gmail.com

Рассматривается семейство двухточечных краевых задач

$$y^{(k)}(x) + x^m |y(x)|^n = 0, \quad (1)$$

$$y(0) = y'(0) = \dots = \widehat{y^{(j)}(0)} = \dots = y^{(k-1)}(0) = 0, \quad (2)$$

$$y^{(i)}(1) = 0, \quad (3)$$

где $k \geq 4$, $m \geq 0$, $n > 1$, $0 \leq j \leq k-1$, $0 \leq i \leq j$.

Лемма 1. Пусть $z(x)$ – положительное на $(0, \alpha)$ решение уравнения (1). Тогда если $C > 0$ и

$$B = C^{\frac{k+m}{n-1}}, \quad (4)$$

то $y(x) = Bz(Cx)$ является положительным на $(0, \frac{\alpha}{C})$ решением уравнения (1).

Рассмотрим задачу Коши

$$z^{(k)}(x) + x^m |z(x)|^n = 0, \quad (5)$$

$$z(0) = z'(0) = \dots = \widehat{z^{(j)}(0)} = \dots = z^{(k-1)}(0) = 0, \quad (6)$$

$$z^{(j)}(0) = 1. \quad (7)$$

Лемма 2. Пусть $z(x)$ – максимально продолженное вправо решение задачи Коши (5)–(7). Тогда существуют такие единственные точки $x_0 > x_1 > \dots > x_j > 0$, что $z^{(i)}(x_i) = 0$, $z^{(i)}(x) > 0$ при $x \in (0, x_i)$ и $z^{(i)}(x) < 0$ при $x \in (x_i, x^*)$, где x^* – правая граница области определения $z(x)$, $i = 0, \dots, j$.

Отметим, что решение, определенное в лемме 2, положительно на $(0, x_0)$.

Теорема 1. Положительное на $(0, 1)$ решение $y(x)$ двухточечной краевой задачи (1)–(3) существует и определяется единственным образом по формуле

$$y(x) = Bz(Cx),$$

где $z(x)$ является решением задачи Коши (5)–(7), x_i задается леммой 2, $C = x_i$, а B задается соотношением (4).

Данное исследование обобщает выводы, представленные в статье [1]. Для доказательства результатов использовались методы, описанные в [2], глава 6.

Список литературы

- [1] 1. *Абдурагимов Э. И.* Положительное решение двухточечной краевой задачи для одного нелинейного ОДУ четвертого порядка и численный метод его построения, Вестн. СамГУ. Естественнонаучн. сер., 2010, № 2(76), 5–12.
- [2] 2. *Асташова И. В.* Качественные свойства решений квазилинейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Качественные свойства решений дифференциальных уравнений и смежные вопросы спектрального анализа. Под ред. И. В. Асташовой, с. 22–288, 2012, М.: ЮНИТИ-ДАНА.