

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ
РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ КАНАЛЕ
С ВНУТРЕННИМ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ЭЛЕМЕНТОМ**

Гермидер Оксана Владимировна

Аспирант

*Высшая школа информационных технологий и автоматизированных систем
САФУ имени М. В. Ломоносова, Архангельск, Россия*

E-mail: o.germider@narfu.ru

В рамках кинетического подхода рассматривается задача о течении Пуазейля в канале прямоугольного сечения с внутренним круговым цилиндрическим элементом в свободномолекулярном режиме. Предполагается, что в канале поддерживается постоянный, малый по величине градиент давления, направленный вдоль его оси. Состояние разреженного газа в точке, радиус-вектор \mathbf{r}' которой имеет координаты x' , y' и z' , определяется функцией распределения $f(\mathbf{r}', \mathbf{v})$ молекул по скоростям \mathbf{v} . Для нахождения функции распределения молекул газа используется кинетическое уравнение, которое в декартовой прямоугольной системе координат в отсутствие межмолекулярных столкновений, имеет вид [1]:

$$v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_y \frac{\partial f}{\partial y} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} = 0,$$

В качестве граничного условия на обтекаемых газом стенках канала будем использовать модель диффузного отражения. В этом случае [1]:

$$f^+(\mathbf{r}_\Gamma, \mathbf{v}) = f_\Gamma(\mathbf{r}_\Gamma, \mathbf{v}), \quad \mathbf{v}\mathbf{n} > 0,$$

где $f^+(\mathbf{r}_\Gamma, \mathbf{v})$ — функция распределения молекул газа, отраженных от стенок канала, $f_\Gamma(\mathbf{r}_\Gamma, \mathbf{C})$ — локально-равновесная функция распределения с параметрами, заданными на стенках, \mathbf{n} — вектор нормали к обтекаемой газом поверхности канала направленный в сторону газа,

$$f_\Gamma(\mathbf{r}_\Gamma, \mathbf{v}) = n_\Gamma(z') \left(\frac{m}{2\pi k_B T_\Gamma(z')} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m}{2k_B T_\Gamma(z')} v^2 \right),$$

где $\Gamma = \Omega \cup \Omega_r$, Ω — внутренняя граница поперечного сечения канала, представляющая собой окружность радиусом R' , Ω_r — внешняя граница области, заключенной между прямоугольником и кругом. В

предположении, что течение газа является установившемся, а температура газа постоянна, найдено решение задачи в линейризованном виде.

Исходя из статистического смысла функции распределения молекул газа по координатам и скоростям, построен профиль вектора потока тепла в канале для различных значений размеров сечения. Получены выражения теплового и массового потоков как функции от градиента давления. Проведен анализ полученных результатов в сравнении с прямоугольным каналом [2–6]. Показано, что наличие кругового цилиндрического элемента в канале существенно искажает картину распределения вектора потока тепла по сравнению с тем, что имеет место в течении Пуазейля в прямоугольном канале. Представленные результаты могут быть использованы для обоснования достоверности результатов численного моделирования и экспериментального исследования течения разреженного газа в канале.

Литература

1. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. Кинетическая теория. М.: Наука, 1967.
2. Germider O.V., Popov V.N. Mathematical modeling of heat transfer process in a rectangular channel in the problem of Poiseuille flow // Siberian Electronic Mathematical Reports. 2016. V.13. P. 1401–1409.
3. Graur I., Ho M.T. Rarefied gas flow through a long rectangular channel of variable cross section // Vacuum. 2014. V. 101. P. 328–332.
4. Pantazis S., Varoutis S., Hauer V., Day C., Valougeorgis D. Gas-surface scattering effect on vacuum gas flows through rectangular channels // Vacuum. 2011. V. 85. P. 1161–1164.
5. Sharipov F.M. Rarefied gas flow through a long rectangular channel // J. Vac. Sci. Technol. A. 1999. V. 17. No 5. P. 3062–3066
6. Titarev V. A., Shakhov E. M. Kinetic analysis of the isothermal flow in a long rectangular microchannel // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2010. V. 50. No 7. P. 1221–1237.