Простейшая игровая модель потенциальной конкуренции

Корнеев Виталий Вадимович

Магистр

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: vitaly8korneev@gmail.com

Рассматривается игровая модель задачи "Захват рынка", в которой фирма А стремится нарушить монополию фирмы Б на выпуск определенного вида продукта. Фирма А решает, стоит ли ей входить на рынок, а фирма Б — стоит ли ей снижать выпуск в том случае, если фирма А все же решает входить.

Возникшая конфликтная ситуация встречается очень часто. Она порождается различием интересов партнеров и стремлением каждого из них принимать оптимальные решения, которые реализуют поставленные цели в наибольшей степени. При этом каждому приходится считаться не только со своими целями, но и с целями партнера, и учитывать его заранее неизвестные решения. На основе теоретико-игровых равновесий и моделей [1], [2], были рассмотрены различные возможные ситуации взаимоотношений монополиста и фирмы, которая пытается войти на рынок.

Пусть $n \in N$ — множество стратегий фирмы – лидера (объем выпуска). $m \in M$ — множество стратегий ведомой фирмы (объем выпуска). $\Pi(\vec{v}) = vD^{-1}(n+m) - vc$ — функция выигрыша (функции прибыли), где $v = n, m$. Тогда задачей ведомого является нахождение такого объема выпуска, при котором будет достигаться максимум функции прибыли, то есть

$$m = \arg\max_{m}(D^{-1}(n+m) - c^m)m.$$

В свою очередь, такую же цель преследует и фирма лидер, однако она учитывает объем, выпущенный ведомой фирмой. Таким образом, объем выпуска фирмы лидера равен

$$n = \arg\max_{n}(D^{-1}(F^m(n) + n) - c^n)n,$$

где $F^m(n)$ — функция реагирования ведомой фирмы на выпущенный объем фирмы–лидера.

Для данной задачи определено равновесие по Штакельбергу в зависимости от соотношения издержек, выпущенного объема, установленной на рынке цены, выбранной противником стратегии, а также от того, какая фирма являлась лидером.

Рассматривался конкретный пример, в котором цена имели вид $p = x - yV_{\text{об}} = x - y(v^{\text{а}} + v^{\text{б}})$, а функция прибыли — $\Pi = (p - c^i)v^i$, где

$V^i, i = \text{а}, \text{б}$ — максимальный объем, который может выпустить фирма.
$v^i, i = \text{а}, \text{б}$ — выпущенный объем.
$c^i(v^i) = c^i, i = \text{а}, \text{б}$ — удельная себестоимость (издержки).
$V_{\text{об}}$ — объем, который выпустили 2 фирмы вместе.

Для случая, когда фирма Б была лидером, было определенно 3 возможных варианта развития событий:

1. $c^{\text{а}} > c^{\text{б}}$, $v^{\text{б}} = V_{\text{рынка}}$.
   Фирма Б остается монополистом.

2. $v^{\text{б}} < V_{\text{рынка}}$, $c^{\text{а}} > c^{\text{б}}$.
   Фирма Б увеличит свой объем на $\frac{x+c^{\text{б}}-2c^{\text{а}}}{4y} \leqslant d < \frac{x-3c^{\text{б}}+2c^{\text{а}}}{4y}$, не давая шанса фирме А войти на рынок.

3. Фирма А решила входит на рынок с объемом $v^{\text{а}}$, а фирма Б снизила свой объем выпуска, при этом $c^{\text{а}} > c^{\text{б}}$. Тогда фирма Б уйдет с рынка при $x + c^{\text{а}} \leqslant 2c^{\text{б}}$ или $x - c^{\text{б}} \leqslant yV^{\text{а}}$.

Таким образом, после анализа всех 3 случаев сделан вывод, что при $x + 2c^{\text{б}} \leqslant 3c^{\text{а}}$ или $x - c^{\text{а}} \leqslant yV^{\text{б}}$ фирма А не войдет на рынок.

А вектор $\frac{(x-c)}{4y}, \frac{(x-c)}{4y}$, который соответствует γ-ядру, является справедливым кооперативном исходом в данной задаче.

Дальнейших анализ модели осуществлен с помощью игр Γ_1 и Γ_2 с лидером–фирмой Б.

Решение игры Γ_1 зависит от соотношения издержек и констант x и y.

1. При $c^{\text{а}} < \frac{x+2c^{\text{б}}}{3}$ оптимальными объемами выпуска будет $v^{\text{б}} = \frac{x-2^{\text{б}}+c^{\text{а}}}{2y}, v^{\text{а}} = \frac{x+2c^{\text{б}}-3c^{\text{а}}}{4y}$.

2. При $c^{\text{а}} > \frac{x+c^{\text{б}}}{2} - v^{\text{б}} = \frac{x-c^{\text{б}}}{2y}, v^{\text{а}} = 0$.

3. При $\frac{x+2c^{\text{б}}}{3} \leqslant c^{\text{а}} \leqslant \frac{x+c^{\text{б}}}{2} - v^{\text{б}} = \frac{x-c^{\text{а}}}{y}, v^{\text{а}} = 0$.

Решением игры Γ_2 является система

$$v^{\text{б}} = \begin{cases} \dfrac{x + c^{\text{а}} - 2c^{\text{б}}}{2y}, & \text{если } v^{\text{а}} = \dfrac{x + 2c^{\text{б}} - c^{\text{а}}}{4y}, \\ \dfrac{x - c^{\text{а}}}{y}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

При этом фирме А невыгодно отклоняться от $v^{\text{а}} = \frac{x+2c^{\text{б}}-3c^{\text{а}}}{4y}$, так как в других случаях ее прибыль равно 0.

Литература

1. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики: Пер с франц. М.: Мир, 1985. 200 с.
2. Васин А. А. Морозов В. В. Теория игр и модели математической экономики. М.: МАКС Пресс, 2005. 272 с.
3. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Прогресс, 1975. 606 с.
4. Гермейер Ю. Б. Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976.