Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Построение лабиринта-ловушки для конечного автомата с фиксированным числом камней.

Научный руководитель – Канель-Белов Алексей Яковлевич

Гусев Даниил Владимирович

Аспирант

Московский физико-технический институт, Москва, Россия

E-mail: gusdzerzhi@yandex.ru

Доклад посвящен обхождению лабиринта коллективом конечных автоматов. Эта часть теории автоматов породила довольно широкий спектр различных задач [4, 6]. Есть довольно большое число вариаций задачи, но в целом она выглядит так: коллектив конечных автоматов двигается по рёбрам некоторого (возможно бесконечного) графа, необходимо выяснить смогут ли автоматы посетить все вершины графа.

Простейшим примером такой задачи, является обход $\mathbb{Z}$. Конечный автомат, двигающийся по решётке $\mathbb{Z}$ по некоторым внутренним правилам, не сможет обойти эту прямую. Однако можно рассмотреть коллектив из одного полноценного конечного автомата и двух автоматов-камней, которые не имеют внутреннего состояния. Легко показать, что подобная система может обойти $\mathbb{Z}$. В случае решёток $\mathbb{Z}^k, k > 1$ для обхода достаточно коллектива из автомата и трёх камней, причём с меньшим количеством камней обойти не получиться. Если из плоской решётки $\mathbb{Z}^2$ разрешить выкидывать некоторые вершины, то окажется, что автомата и трёх камней не достаточно для обхода таких лабиринтов [2], при этом пяти камней хватит [3]. Если рассматривать только конечные лабиринты такого типа, то для их обхода будет достаточно 2-х камней [1].

С другой стороны, существуют лабиринты, которые не обходятся подобными системами. Например, можно построить бесконечную лабиринт-ловушку на решётке $\mathbb{Z}^3$ для любой системы автоматов [5]. Возникает закономерный вопрос, можно ли построить лабиринт, такой что он обходится автоматом с k камнями и не обходится с $k-1$ камнем.

В докладе будет представлено построение лабиринта обладающий довольно близкими свойствами к требуемому, а именно $k+3$-мерного лабиринта, который нельзя обойти с k камнями и заведомо можно с $2k+2$ камнями.

Построение выглядит примерно следующим образом: строится последовательность лабиринтов $L_1, L_2, ..., L_{k+1}$, таких что в рёбра L_i встроены пары автоматов L_{i-1}. При правильном выборе L_i-х для конкретного автомата, большой лабиринт (L_{k+1}) не обходится им с k камнями. Тогда цепочка из лабиринтов L_{k+1}, построенных для всех автоматов, не обходится любым автоматом с k камнями. При правильном выборе L_i-х для обхода будет достаточно $2k+2$ камней.

Источники и литература

1) Blum M., Kozen D. On the power of the compass // Proc. 19th IEEE FOCS Conf. 1978. Pp. 132–142.
2) Kilibarda G. On the minimum universal collectives of automata for plane labyrinths // Discrete Math. Appl. 1993. Vol. 3. No. 6. Pp. 555–586.
3) Szepietowski A. A finite 5-pebble-automaton can search every maze // Information Processing Letters. 1982. Vol. 15. No. 5. Pp. 199–204.
4) Анджанс А. В. Поведение детерминированных и вероятностных автоматов в лабиринтах: Дисс. канд. физ.-мат. наук. Рига, 1987. 90 с

5) Килибарда Г., Ушчумлич Ш. О лабиринтах-ловушках для коллективов автоматов // Дискретная математика. 1993. Т. 5. Вып. 2. С. 29–50.

6) Кудрявцев, Г. Килибарда, Ш. Ушчумлич Системы автоматов в лабиринтах. Грант РФФИ № 06-01-00240.