

### Самосборка замощения Робинсона

Научный руководитель – Верещагин Николай Константинович

*Пчелина Дарья Святославовна*

*Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра математической логики и теории  
алгоритмов, Москва, Россия  
*E-mail: dashka.pchelina@gmail.com*

В 1984 году физико-математическое сообщество было потрясено открытием совершенно новой формы материи, называемой квазикристаллами. Формальное описание их аperiодической структуры было дано Роджером Пенроузом ещё в 70-х годах, когда никто не предполагал, что подобное явление может иметь место в физическом мире. Это было сделано с помощью мозаик Пенроуза, частного случая замощений плоскости.

С физической точки зрения, определяющей особенностью квазикристаллов является способность к самосборке. Поэтому очень естественно задать себе вопрос о моделировании их роста, который удобно описывать с помощью замощений [1, 3].

Обобщая идею самосборки, можно исследовать процесс роста для замощений иной природы. В 1971 году был придуман новый аperiодический набор плиток: единичные квадраты с нанесённым на них узором [2]. Покрытие плоскости этими плитками получило название замощения Робинсона. Это замощение разделяет с мозаикой Пенроуза важное свойство иерархичности, которая определяется локальными правилами. Изучая его поведение, можно многое понять о феномене самосборки.

Введём несколько понятий. **Ядро** самосборки — это начальная конфигурация плиток, которая определяет дальнейший рост замощения. Мы рассматриваем **локальный рост**, то есть тот, при котором на каждом шаге используется информация об ограниченной окрестности. Радиус этой окрестности называется **температурой** роста.

Идея локальности очень физична, она прослеживается в поведении любых кристаллических и биологических структур, где каждое изменение системы определяется её локальным состоянием, и чем выше температура, тем дальше распространяется действие молекул друг на друга.

В процессе исследований было выяснено, что замощение Робинсона не способно к локальному росту температуры равной единице. Более формально, для системы из плиток Робинсона, не существует ядра и алгоритма роста, учитывающего узоры на плитках и рассматривающего на каждом шаге окрестность радиуса  $\leq 1$ , которые бы позволяли системе вырастать до сколь угодно большого размера. Сейчас идёт исследование поведения в случае произвольной температуры.

Ранее для замощения Пенроуза было найдено дефектное ядро и алгоритм самосборки, гарантирующий его рост на всю плоскость [3]. Если учесть данный факт, результат о поведении системы Робинсона выявляет заметную разницу между двумя этими замощениями, что даёт повод для размышлений и приводит к новым вопросам более глобального уровня. Например, интересно, чем именно обуславливается это различие между двумя иерархическими замощениями, и какие статические свойства влияют на динамику роста.

### Источники и литература

- 1) Dworkin S, Shieh J-I. Deceptions in quasicrystal growth, Commun Math Phys 1995.

- 2) Raphael M. Robinson. Undecidability and nonperiodicity for tilings of the plane, *Inventiones Mathematicae*, Т. 12, 1971.
- 3) J. E. S. Socolar. Growth Rules For Quasicrystals, pages 225–250. World Scientific Publishing Co, 1999.

### Иллюстрации

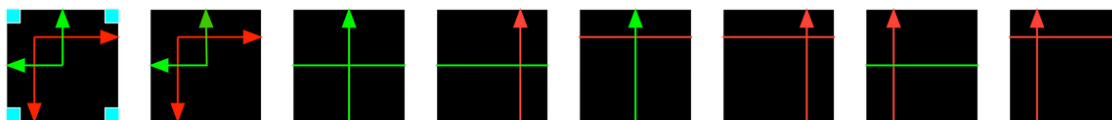


Рис. 1. Плитки Робинсона

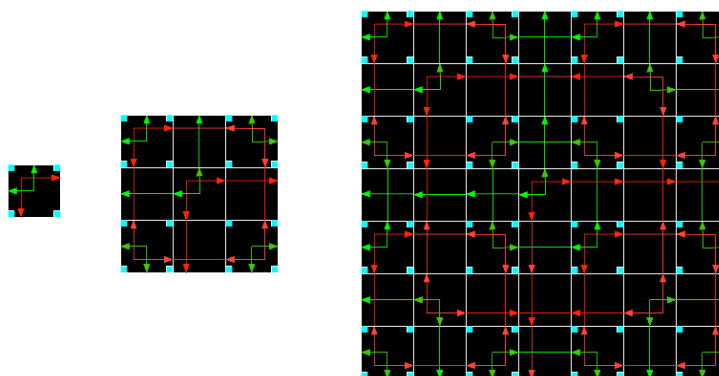


Рис. 2. Первые 3 уровня иерархии замощения Робинсона

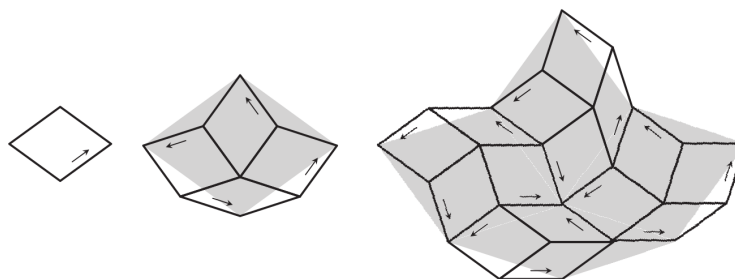


Рис. 3. Первые 3 уровня иерархии мозаики Пенроуза