

Умеренно низкие и супернизкие множества

Научный руководитель – Файзрахманов Марат Хайдарович

Власов Илья Игоревич

Студент (бакалавр)

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики
им. Н.И. Лобачевского, Казань, Россия

E-mail: elijah.vlasov@gmail.com

Хорошо известен класс супернизких множеств, множеств тьюрингов скачков которых таблично сводится к \emptyset' . Имеется также эквивалентное определение (доказывается в [1]):

$$A \text{ — супернизкое} \Leftrightarrow A' = \lim_s f_s \text{ и } \forall x (|\{s : f_s(x) \neq f_{s+1}(x)\}| \leq g(x)),$$

где $\{f_s\}_{s \in \omega}$ — вычислимая последовательность, g — вычислимая функция. Это определение приводит к некоторым обобщениям, в частности к умеренно низким множествам:

$$A \text{ — умеренно низкое} \Leftrightarrow A' = \lim_s f_s \text{ и } \forall x (|\{s : f_s(x) \neq f_{s+1}(x)\}| \leq g(x)),$$

где $\{f_s\}_{s \in \omega}$ — также вычислимая последовательность, а g — A -вычислимая функция.

Очевидно, что имеют место включения $SL \subseteq FL \subseteq Low$, где SL, FL, Low — классы супернизких, умеренно низких и низких множеств соответственно. Было доказано, что эти включения собственные, причем существуют вычислимо перечислимые множества A, B такие, что $A \in Low \setminus FL, B \in FL \setminus SL$.

Также было показано, что класс FL не замкнут вниз относительно тьюринговой сводимости \leq_T — существует в.п. множество $A \in FL$ такое, что $A^{[0]} \notin FL$ (очевидно, что $A^{[0]} \leq_T A$).

Источники и литература

- 1) Nies, A. Computability and Randomness M. : Oxford University Press, 2009.