

Вербально замкнутые подгруппы в свободных произведениях конечных групп

Научный руководитель – Клячко Антон Александрович

Мажуга Андрей Михайлович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей алгебры, Москва, Россия

E-mail: mazhuga.andrew@yandex.ru

Понятие вербально замкнутой подгруппы было введено А. Романьковым и В. Мясниковым в работе [7]. Данные подгруппы имеют достаточно тесное отношение к изучению вербальной длины элементов групп [9]. В настоящее время о вербально замкнутых подгруппах известно достаточно мало. Наиболее значимыми являются результаты работ [7] и [8], в которых установлено, что для подгрупп конечно порожденных свободных и конечно порожденных свободных нильпотентных групп вербальная замкнутость подгруппы эквивалентна тому, что данная подгруппа является ретрактом. Последнее позволяет свести описание алгебраической структуры вербально замкнутых подгрупп в этих классах групп к описанию строения существенно лучше изученных ретрактов [1,4,10].

В данной работе для подгрупп групп вида $G = G_1 * \dots * G_n$, $1 < |G_i| < \infty$, $i = 1, \dots, n$ в терминах разложения Куроша [2] мы установим необходимое условие их вербальной замкнутости. Доказательство существенно опирается на C -тестовые слова Ли [3] и некоторые элементы теории Басса-Серра (анг. Bass-Serre theory) [6]. Из полученного описания следует, например, что вербально замкнутые подгруппы в G конечно порождены, а нетривиальная свободная группа не может быть вербально замкнутой подгруппой в G .

Результаты работы приняты в печать в Journal of Group Theory [5].

Источники и литература

- 1) J. Bergman. Supports of derivations, and ranks of fixed subgroups in free groups// Trans. Amer. Math. Soc. 351 (1999), 1551-1573.
- 2) A. Kurosh. Die Untergruppen der freien Produkte von beliebigen Gruppen// Mathematische Annalen. 109 (1934), 647-660.
- 3) D. Lee. On certain C -test words for free groups// J. Algebra. 247 (2002), 509-540.
- 4) A. Martino and E. Ventura. Examples of retracts in free groups that are not the fixed subgroup of any automorphism// J. Algebra. 269 (2003), 735-747.
- 5) A. Mazhuga. On free decompositions of verbally closed subgroups in free products of finite groups// Journal of Group Theory. ISSN (Online) 1435-4446, ISSN (Print) 1433-5883.
- 6) J. Meier. Groups, Graphs and Trees. An Introduction to the Geometry of Infinite Groups. London Mathematical Society Student Texts 73.
- 7) A. Myasnikov and V. Roman'kov. Verbally closed subgroups of free groups// Journal of Group Theory. 17 (2014), 29-40.
- 8) V. Roman'kov and N. Khisamiev. Verbally and existentially closed subgroups of free nilpotent groups// Algebra and Logic. 52 (2013), 336-351.
- 9) D. Segal. Words: notes on verbal width in groups. London Math. Soc. Lect. Notes Ser. 361 (Cambridge Univ. Press, 2009).
- 10) E. Turner. Test words for automorphisms of free groups// Bull. London Math. Soc. 28 (1996), no. 3, 255-263.