Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Оптимальная стратегия перестрахования в рамках модели комбинированного страхования

Научный руководитель – Булинская Екатерина Вадимовна

Муромская Анастасия Андреевна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия

E-mail: mur-nastia@yandex.ru

В данной работе на основе классической модели риска Крамера-Лундберга изучается деятельность компании, занимающейся комбинированным страхованием. Предполагается, что компания заключает договоры страхования, которые покрывают сразу несколько ($k \geq 2$) рисков. При этом компания имеет возможность передавать каждый из данных рисков в перестрахование, параметры которого изменяются со временем. Целью компании является поиск оптимальной стратегии перестрахования, максимизирующей вероятность неразорения. Поиску оптимальных стратегий в моделях с фиксированным типом договора перестрахования и с договорами страхования, покрывающими только один риск, посвящены статьи [1], [2] и [3]. Мы в свою очередь рассматриваем модель, в которой каждый из $k \geq 2$ рисков может быть перестрахован в соответствии со своим произвольным типом перестрахования. Предполагаем, что в каждый момент времени $t \geq 0$ страховая компания имеет возможность выбрать параметры d_t^i перестрахования i-ого риска, руководствуясь при этом значением капитала $X_t^{\overline{d}}$. Таким образом, процесс $\overline{d}_t = (d_t^1, \ldots, d_t^k)$, где $d_t^i = d^i(X_t^{\overline{d}})$ являются измеримыми функциями от капитала компании, определяет стратегию перестрахования. Множество всех возможных стратегий перестрахования $\overline{d}_t$ мы обозначаем через $\mathfrak{D}$. Поступившие требования и премии по каждому из k рисков делятся между страховщиком и перестраховщиком в соответствии с типом договора перестрахования (функцией ρ_j) и в соответствии с выбранными параметрами перестрахования.

Итого капитал страховой компании согласно нашей модели в момент t имеет вид

$$X_t^{\overline{d}} = x + \int_0^t \sum_{i=1}^k c_i(d_s^i) ds - \sum_{n=1}^{N_t} \sum_{j=1}^k \rho_j(Y_{nj}, d_{T_n-}^j),\ t \geq 0,$$

где N_t — пуассоновский процесс, T_n — моменты поступления совокупных исков, а Y_{nj} — случайные величины, обозначающие размеры требований по j-ому риску в рамках n-ого страхового случая. При этом $\{\overline{Y_n}\}_{n\geq 1} = \{(Y_{n1}, \ldots, Y_{nk})\}_{n\geq 1}$ представляет собой последовательность независимых и одинаково распределенных случайных векторов. Величина $\tau^{\overline{d}} = \inf[t \geq 0 : X_t^{\overline{d}} < 0]$ является моментом разорения, а $\delta^{\overline{d}}(x) = 1 - P(\tau^{\overline{d}} < \infty | X_0^{\overline{d}} = x)$ — вероятностью неразорения страховой компании, использующей стратегию перестрахования $\overline{d}_t$. Таким образом, основная задача компании состоит в том, чтобы найти $\delta(x) = \sup_{\overline{d}_t \in \mathfrak{D}} \delta^{\overline{d}}(x)$ и определить оптимальную стратегию перестрахования, если такая существует.

В рамках описанной модели найден вид уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана, соответствующего задаче поиска наибольшей возможной вероятности неразорения, доказаны существование и единственность решения данного уравнения и определены основные свойства этого решения. Кроме того, доказано существование оптимальной стратегии перестрахования и получены численные результаты для случая двух независимых показательно распределенных рисков и для случая двух зависимых рисков, совместное распределение которых построено с помощью копулы.

Источники и литература

1) *Громов А.Н.* Оптимальная стратегия перестрахования эксцедента убытка // Вестник Моск. ун-та, Сер. 1. Математика. Механика. 2012. №4. С. 17–22.
2) *Hipp C., Vogt M.* Optimal dynamic XL reinsurance // ASTIN Bulletin. 2003. Vol. 33, № 2. P. 193–207.
3) *Schmidli H.* Optimal proportional reinsurance policies in a dynamic setting // Scandinavian Actuarial Journal. 2001. Vol. 2001, №1. P. 55–68.