

## Расчет справедливых цен европейских радужных опционов

Научный руководитель – Лебедев Алексей Викторович

*Подобедова София Витальевна*

*Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия  
*E-mail: sofia.podobedova@gmail.com*

Радужными опционами называются опционы, чья функция выплат зависит от двух или более рискованных активов. Радужный опцион "call on max" дает держателю право купить максимальный актив по цене страйка в момент исполнения, опцион "call on min" – минимальный. Их функции выплат, соответственно, равны  $f_{max} = (\max(S_1, \dots, S_n) - K)^+$ ,  $f_{min} = (\min(S_1, \dots, S_n) - K)^+$ . В качестве одного из приложений можно указать на рынок евробондов, для которых предусмотрена двойная деноминация, т.е. выплата процентов в разной валюте по желанию инвестора. Также радужные опционы позволяют находить предельные поведения при цене страйка, стремящейся к бесконечности – дальние страйки часто ошибочно недооценивают.

Радужные опционы для двух активов были введены и тщательно изучены в [5]. В [1] был разобран случай для произвольного количества активов, также радужные опционы и их цена подробно описаны в [4]. Несмотря на проведенные обширные исследования, во всех случаях динамика цен описывалась моделью Блэка-Шоулса. В настоящей работе мы отказываемся от этого предположения и рассматриваем, какими будут справедливые цены как для различных возможных частных распределений будущих цен (экспоненциальное/Вейбулла/Парето), так и для различных видов их зависимости, заданных копулами (Фарли-Гумбеля-Моргенштерна/Гумбеля/Маршала-Олкина/Мардиа).

Так как  $P_{max} + P_{min} = E(S_1 - K)^+ + E(S_2 - K)^+$ , где  $P_i$  - цена опциона, то для нахождения цен "call on max" и "call on min" достаточно найти  $P_{min}$ .

В работе найдены границы справедливых цен в ситуации, когда копула неизвестна, исходя из предельных случаев: совершенно положительная и отрицательная зависимости, независимость. Для ряда распределений и копул найдены значения справедливых цен в зависимости от их параметров. Для копулы Фарли-Гумбеля-Моргенштерна показан факт, что цены  $P_{max}$ ,  $P_{min}$  строго монотонны по параметру копулы. Это означает, что по радужному опциону можно вывести параметр копулы единственным образом:  $P_{min}(\theta) = P_{min}^{ind} - \theta \delta P$ , где  $P_{min}^{ind}$  – справедливая цена в случае независимости будущих цен активов, и  $\delta P > 0$ . Также найдены предельные поведения опционов при  $K \rightarrow \infty$ . Для копулы Гумбеля показано, что предельное поведение цены радужных опционов зависит от параметра копулы.

### Источники и литература

- 1) Johnson H. Options on the maximum or the minimum of several assets // Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1987, vol. 22, is. 03, pp. 277-283.
- 2) Malevergne Y., Sornette D. Extreme Financial Risks. Springer, 2005.
- 3) Nelsen R.B. An Introduction to Copulas. Springer, 2006.
- 4) Ouwehand P., Graeme W. Pricing Rainbow Options // Willmott magazine, May 2006, pp. 74-80.

- 5) Stulz R. M. Options on the minimum or the maximum of two risky assets // Journal of Financial Economics XXXIII, 1982, No. 1, pp. 161–185.